

O
ENGENHEIRO CIVIL PORTUGUEZ,

OPERA UTIL, E NECESSARIA.

Num. I.

A B R I L.

PREÇO 200 rs.

A paga á entrega do Caderno.

1804.

Vende-se , e se subscreve em Lisboa nas duas Loges da Impressão Regia , na da mesma Officina ; e na da Arcada na Praça do Commercio ; em Coimbra na de Orcel , e Semiond ; no Porto na de Domingos Ribeiro.



CATHALOGO DOS SUBSCRITORES

PARA A OBRA PERIODICA

INTITULADA

O ENGENHEIRO CIVIL PORTUGUEZ

Duques.

Viscondes.

De Lafões.

De Cadaval.

Conselheiros de Estado.

Marquez de Angeja, D. José.

Marquez do Pombal.

Conde de Villa Verde.

Luiz de Vascõncellos e Sousa.

Marquezes.

De Angeja, D. Pedro.

De Alegrete.

De Lavradio.

De Louriçal.

De Marialva.

Das Minas.

De Penalva.

De Tancos, D. Duarte.

Condes.

De Arganil, Bispo de Coimbra.

De Cavalleiros.

De Caparica.

Da Ega.

De Lumiães, D. Luiz da Cunha.

De Pena-Fiel.

De Redondo.

De Soure.

De S. Lourenço, D. Antonio Maria.

De S. Lourenço, D. José de Mello.

De S. Paio.

Da Assecca, Salvador Correia.

De Balsemão, Luiz Maximo.

Arcebispos.

De Adrianopoli, D. Manoel Joaquim.

Da Bahia, D. Fr. José de Santa Escolastica.

Bispos.

Do Funchal, D. Luiz Rodrigues Villares.

De Pernambuco, D. José Joaquim de Azeredo Coutinho.

Livrarías.

De S. Bento da Saude, de Lisboa.

De S. Domingos, de Lisboa.

De Jesus, de Lisboa.

Dos Jeronymos, de Belém.

Do Convento dos Paulistas.

AD

D. Antonio da Visitação, Bibliothecario de S. Vicente de Fóra.

Antonio de Saldanha, Capitão General e Governador do Maranhão. *Cm 12 exemplares.*

Antonio José Guião, Desembarçador da Relação de Lisboa.

nos Aggravos.

Antonio Alexandre Gervasoni ,
Capitão de Artilheria.
Fr. Apollinario José Vieira da
Silva.
Fr. Antonio Januario Mascarenhas,
Carmelita Calçado.
Antonio José Maria de Brito.
Antonio José Cardoso Carceres.
Antonio Velloso Xavier.
Aires Pinto de Sousa, Conselhei-
ro no Conselho de Ultramar.

B

Bernardin Freire de Andrada ,
Brigadeiro.
Bento Rodrigues Pereira Souto-
maior e Menezes.
Bento José de Sousa Farinha , no
Real Collegio de Santarem.
Bernardino de Almêida e Macedo.

C

D. Caetano de Noronha, Secreta-
rio de Estado da Princeza N.
Senhora, e seu Veador.
Candido José Xavier Dias, Capi-
tão de Infantaria.
Candido Francisco e Brito de Vi-
ctoria.
Constantino Joaquim de Mattos.
Cypriano Rodrigues de Oliveira.

DA

D. Diogo de Menezes , Sargento
Mór de Cavallaria.
Diogo José Rebello.
Domingos Pires Monteiro Bandei-
ra, Deputado da Mesa da Con-
sciencia.
Domingos Vandelli, Deputado da
Junta do Commercio.

Francisco de Mello , Viador de
Sua Alteza Real.

D. Francisco de Almeida Mello e
Castro, Deputado da Mesa da
Consciencia.

D. Francisco de Mello Manoel.

Francisco de Paula Magesse, Ma-
jor de Infantaria da Real Guar-
da da Policia.

Francisco José de Faria Guião,
Desembargador dos Aggrávos
na Relação de Lisboa.

Francisco Xavier Ribeiro de Sam-
payo, Desembargador da Mesa
dos Aggravos da Relação de
Lisboa.

O P. Francisco José da Serra, Bi-
bliothecario de Sua Alteza Real.

Francisco José dos Santos Marro-
cos, Sub-Bibliothecario dito.

Francisco de Mendonça Arraes e
Mello, Procurador da Cidade.

Francisco de Assis de Figueiredo
e Abreu.

Francisco de Paula Avondano.

Francisco Maciel Monteiro.

Francisco Ferreira Estrella.

Francisco Caetano da Costa Pereira
de Basto.

G

Gervasio Pires Ferreira.

Gonsalo José da Costa Souto Maior,
Escrivão da Camara no Desem-
bargo do Paço.

I

O Intendente Geral da Policia da
Corte, e Reino.

José Pedro Hasse de Belém, Mon-
senhor.

José Manoel Pinto, Ministro Plenipotenciario em Stokolmo.	João Christovão Sagerman.
Jeronymo Castilho e Alcaçova, Coronel das Ordenanças.	Jeronymo de Lemos de Figueiredo.
Joaquim Pedro Quintella, Conselheiro.	José Francisco Sardinha.
Joaquim José Guião, Conselheiro e Deputado da Mesa da Consciencia.	João Camillo da Silva Sousa e Bastos.
João José de Faria da Costa Abreu Guião, Conselheiro no Senado.	João Vidal da Costa e Sousa, Desembargador, e Juiz Executor das dividas Reaes preteritas.
João Anastasio Ferreira Raposo, Conselheiro no Senado.	José Lucio da Costa.
João Alberto Jorge, Conselheiro no Senado.	José Luiz de Sousa, Sargento Mór das Milicias.
Joaquim José Mendes da Cunha, Conselheiro no Senado.	
João Guilherme Christiano Muller, Deputado da Impressão Regia.	Lucas da Silva Azereado Coutinho, Desembargador.
Fr. José Marianno da Conceição Velloso, Deputado da Impressão Regia.	Luiz Borges de Castro.
João Baptista de Azevedo Coutinho Montauri, Coronel.	Luiz Coelho do Vallé e Faria, Conselheiro no Senado.
Fr. Joaquim de Ataide.	Luiz Antonio de Sousa Pereira Leite.
Fr. José Mauricio.	Luiz da Cunha.
O Reverendo José Gonsalves Medeiros.	
O Reverendo João Paulo.	
O Doutor José Bento Ribeiro.	
O Doutor José Marques de Mendonça.	
O P. José Alves da Calçada.	
João Ignacio da Silva, Almoxtarife.	
José Antonio Ribeiro Soares.	
José Militão da Matta.	
Jacinto José dos Reis.	
José Luiz da Silva.	
João Antonio da Silva.	
José Joaquim da Silva Seixas.	
João Evangelista de Almeida e Brito.	
José Pereira Philippe da Silva.	
Joaquim José Lopes Franco.	
José Pedro Ricardo da Silva.	
	M
	D. Miguel Pereira Forjás Coutinho, Coronel, e Sub-Inspector d'Infanteria.
	Martinho da França Lacerda, Major da Real Guarda da Policia.
	Marcos Aurelio Rodrigues, Deputado da Impressão Regia.
	Manoel Cypriano, Official Maior da Secretaria do Senado.
	O Reverendo Manoel Velloso d'Antas.
	O Doutor Manoel José Saturnino.
	O Doutor Miguel Pinto Alvares de Carvalho.
	Manoel Luiz Rodrigues.
	Manoel Antonio das Neves.
	Miguel José Rodrigues.

N
Nicolão José Correia.

P
O Doutor Patricio Luiz Ferreira.
Pedro Vieira da Silva Telles, Coronel d'Infanteria.
Pedro José Caupers, Guarda Roupas de Sua Alteza Real.
Pedro de Mello Breyner, Governador das Justiças na Relação do Porto.
Pedro Ignacio de Gouveia.

R
Ricardo Raymundo Nogueira, Reitor do Real Collegio de Nobres.
D. Rodrigo de Mello Correia Bran-

dão Sousa e Sá, Commendador da Ordem de Malta.
D. Rodrigo de Alencastre, Marechal.

S
Sebastião Antonio da Cruz Sobral, Conselheiro.
Sylvestre Leite Palhares.

T
O Doutor Thomé Coiseiro.
Thomáz Vicente Ardisson.
Trocato José de Lima.

V
Valentim Lopes de Faria, Contador do Senado.
Vencesláo Bernardino da Costa.

LISBOA,
NA IMPRESSÃO REGIA.

Por Ordem Superior.

Miguel José Rodrigues.
Manoel Antonio das Neves.
Manoel Luiz Rodrigues.
de Carvalho.
D. Duarte Miguel Fimé Alvares.
O Doutor Manoel José Bernardino.
Amas.
O Reverendo Manoel Veltoro V.
de Secretem do Senado.
José Hilário de Sá.
José Antonio Ribeiro.
Almoço.

João Pedro Ricardo da Silva.
Joaquim José Lopes Franco.
José Pereira Figueira da Silva.
Mário.
João Evangelista de Almeida e
José Joaquim da Silva Seixas.
João Antonio da Silva.
José Luiz da Silva.
Jacinto José dos Reis.
José Hilário de Sá.
José Antonio Ribeiro.
Almoço.

ENGENHEIRO CIVIL PORTUGUEZ

REPARTIÇÃO

DOZ QUESTÕES DE 1.ª A 10.ª

REPARTIÇÃO

A 1.ª A 10.ª

COM O NOME DE A TODA A CLASSE DE PESSOAS

CADERNO I.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

J. O'NEILL

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

O
ENGENHEIRO CIVIL PORTUGUEZ,

RESPONDENDO

AOS QUESITOS QUE SE LHE PROPOEM,

RELATIVOS

A' SUA PROFISSÃO,

etc. etc. etc.

OBRA UTILISSIMA A TODAS AS CLASSES DE PESSOAS.

P O R

J. M. DE C. E N.

1804.

LISBOA,
NA IMPRESSÃO REGIA.

Por Ordem Superior.

0
ENGENHEIRO CIVIL PORTUGUEZ,

RESPONDENDO

AOS QUESTITOS QUE SE LHE PROPŌEM,

RELATIVOS

A SUA PROFISSÃO,

etc. etc. etc.

ORNA UTILISSIMA A TODAS AS CLASSES DE PESSOAS.

2 0 2

L. M. de C. e R.

1804

LISBOA,

NA IMPRESSÃO REGIA.

Por Ordem Superior.

ANOTAÇÃO.

A PALAVRA Engenheiro he synonyma de Architecto ; até certo tempo sempre se disse Architecto Civil, e Architecto Militar; ainda hoje se diz Architectura Civil, e Architectura Militar; por tanto, o Engenheiro Civil, significa hum Architecto Scientifico, que tem, ou que se suppoem ter todos os conhecimentos precisos relativos á sua Profissão.

Tem-se praticado em Algumas Nações cultas da Europa, o haver Engenheiros sómente Desenhadores, subordinados porém aos Engenheiros Directores, que são os Scientificos; servem para passar a limpo os Mappas, as Plantas, as Fachadas, as Córtes, e Perfiz, e todos os mais Desenhos inventados pelos Engenheiros Directores. Com este estabelecimento se aproveitão todos os que tem habilidade, e lhe falta a Sciencia, talvez por não terem tido os principios da educação, e dos estudos indispensaveis, como se observará na continuação desta obra, etc. etc. etc.

Esta divisão de Engenheiros Directores, e Desenhadores se tem praticado, tanto na corporação Civil, como na Militar; havendo nos uniformes, e divisas dos chapéos, as distincões competentes, etc. etc.

ANOTAÇÃO

A palavra Engenharia é synonymo de Architectura Civil; e Architectura Militar; ainda hoje se diz Architectura Civil, e Architectura Militar; por tanto, o Engenheiro Civil, significa hum Architecto Civil, que tem, ou que se occupa em todas as conhecimentos proprios relativos a um Architecto.

Tam se praticado em algumas Nações contra a Europa, o haver Engenheiros adunados de Ordens, subordinados porém nos Estados e nos Cortes, que são os Architectos; e se tem para a fimpo os Maestros, os Pintores, os Escultores, e os Escultores, e todos os mais Offícios industriaes pelos Engenheiros Architectos. Com este conhecimento se aproveitam todos os que tem habilitação e se aplicam a Sciencia, talvez por não terem sido os principios da educação, e dos estudos indigenaes, como se observa na continuação desta obra, etc. etc.

Esta divisão de Engenheiros Architectos, e de Architectos se tem praticado, tanto na Europa Civil, como na Militar; havendo nos maiores, e maiores dos Estados, as seguintes competencias, etc. etc.

- Q**UESITO I. *Qual he a verdadeira Definição da Architectura civil.*
- II. *Quaes estudos e exames devem fazer os Engenheiros Civis, Directores, e os Desenhadores.*
- III. *Quaes são os conhecimentos Arithmeticos e Algebraicos, necessarios a hum Engenheiro Civil, Director.*
- IV. *Quaes são os conhecimentos necessarios ao referido, pelo que pertence á Geometria Plana Rectilinea.*
- V. *Quaes são os conhecimentos necessarios ao sobre-dito, pelo que respeita á Trigonometrica Plana Rectilinea.*
- VI. *Quaes são os conhecimentos necessarios ao dito do que pertence á Mecanica, Hydraulica, e Hydrostatica.*
- VII. *Quaes são os conhecimentos necessarios a hum Engenheiro Civil do que pertence á Geometria Prática.*
- VIII. *Quaes são os conhecimentos necessarios ao referido, do que pertence á prática com que costumão medir as obras dos officios de pedreiro, canteiro, e carpinteiro nesta Cidade de Lisboa, etc.*
- IX. *Quaes são os meios adequados para se conseguir a completa segurança e permanencia de qualquer edificio, e quaes são os conhecimentos Theor-*

ricos, e Práticos necesarios para este fim, e que deve saber o Engenheiro Civil.

X. *Quaes são os conhecimentos Theoricos, e Práticos necesarios a hum Engenheiro Civil, a respeito das estradas, e calçadas, e praças do campo nas estradas Reaes; em cada huma das quaes se pôde, e deve estabelecer huma Aldeia, e o que esta deve conter?*

Qual deva ser a distribuição da casa para habitação de hum Plebeo sendo solteiro.

Qual deva ser a distribuição da casa para habitação de hum Plebeo casado.

Qual deva ser a distribuição da casa para habitação de hum Mecanico sendo casado, etc.

Qual deva ser a distribuição para huma pequena estalage, e seus pertences, e do que se lhe pôde annexar para beneficio público.

Qual deva ser a distribuição de huma fonte pública, e de todos os pertences que deve conter.

Qual deva ser a distribuição de huma pequena Freguezia, e quaes pertences deve conter para utilidade pública, etc.

XI. *Quaes reflexões, e observações deve fazer o referido Engenheiro Civil Director, a respeito da Agricultura em Portugal; a fim de poder com mais acerto projectar todas as obras da sua profissão relativas á Agricultura, e que são da maior necessidade, e do mais relevante beneficio para a mesma.*

Quaes observações, e reflexões deve fazer o mencionado, sobre os reparos, e melhoramentos dos rios, e barras, principalmente a respeito do nosso Tejo, explicando os meios de se evitar a sua ruina; como igualmente dos mais rios do Reino; e o methodo de se aproveitarem as aguas, e tudo o mais essencial, pertencente aos rios, etc. e quaes obras deste genero se deverião fazer em beneficio da Agricultura, e do Commercio, etc.

O que deve conter os Mappas Topograficos relativos ás obras pertencentes á Architectura Civil, etc.

Como se deva fazer a distribuição e destino dos terrenos em beneficio da Agricultura.

Como se deva fazer, e o que deva conter a accommodação de hum Lavrador com todas as suas officinas relativas, e todos os mais seus pertences, etc.

Como se devem fazer as paredes de taipa.

Como se deve fazer o formigão.

Como se devem fazer os valados em terras humidas.

Como se devem fazer os valados em terras secas.

Quaes observações, e reflexões deve fazer o Engenheiro Civil Director, sobre o methodo de se aproveitarem os baldios do Reino, e as praias, a fim de melhor saber projectar as obras convenientes, e precisas a este respeito, etc.

- XII. *Como se poderá aproveitar as águas vertentes desta Capital de Lisboa e seu Termo, estabelecendo-se os seus destinos, segundo as circumstancias, e as suas qualidades; não só para chafarizes, fontes, banhos, e lavadouros públicos, como para outras applicações, e acudir-se mais promptamente a qualquer incendio.*
- XIII. *Como se poderá diminuir o ajuntamento salitroso nos cannos, e aqueductos públicos desta Cidade, etc.; e qual seja o modo de os alimpar com muita facilidade, etc.*
- XIV. *Qual deva ser a formalidade, methodo, economia, e clareza dos tomboos de toda a qualidade de bens, para serem menos dispendiosos, e muito mais uteis do que até aqui se tem feito, e costuma fazer, etc.*
- XV. *Que reflexões deve fazer o sobredito Engenheiro, e o como deve distribuir a planta para o quartel de hum Regimento de Infantaria.*
- Igualmente pelo que respeita ao quartel de hum Regimento de Cavallaria.*
- E tambem o como deve ser distribuida a planta para o quartel de hum Regimento de Artilheria com as reflexões relativas, etc.*
- Da mesma fôrma, quando for encarregado de hum quartel, cujos soldados sejam todos Cadetes.*
- XVI. *Que reflexões deve fazer o sobredito, e o como deve distribuir a planta para o Arcenal.*

Real do Exercito, tanto de terra como de mar, com todos os seus pertences.

Igualmente para o Real Assento que deve fornecer hum e outro Exercito, etc.

XVII. *Quaes reflexões e como deve distribuir a planta o sobredito Engenheiro para hum albergue de pobres de hum, e outro sexo, de todos os estados, e condições, etc.*

XVIII. *Quaes reflexões, e como deve distribuir a planta o sobredito Engenheiro para huma casa geral de enjeitados com os seus pertences, etc.*

XIX. *Quaes reflexões, e como deve distribuir a planta o sobredito Engenheiro para hum collegio de educação, e de instrucção da mocidade de hum e outro sexo, etc.*

XX. *Quaes reflexões, e como deve distribuir a planta o sobredito Engenheiro para hum hospital geral de doentes com as separações para hum e outro sexo; e juntamente para todos os Militares de mar, e terra, e marinhage, etc. tudo feito em hum só edificio, para economia da Real Fazenda, e do Estado, etc.*

XXI. *Como deve ser a distribuição da planta para hum açougue público.*

Como deve ser a distribuição da planta para hum matadouro público.

Como deve ser a distribuição da planta para huma alfandega, e seus pertences.

Como deve ser a distribuição da planta para hum terreiro público, e seus pertences, etc.

Como deve ser a distribuição da planta para o haver o pezo, e seus pertences, etc.

Como deve ser distribuida a planta para o deposito público, e seus pertences, etc.

Quaes reflexões deve fazer, e o como deve o dito Engenheiro distribuir a planta para hum monte de piedade, e a significação, e destino deste estabelecimento, etc.

XXII. *Quaes reflexões deve fazer, e como deve o dito Engenheiro distribuir a planta para huma estalage de alguma Cidade grande, aonde os passageiros, e mais pessoas encontrem toda a commodidade, divertimento, e grandeza, etc.*

XXIII. *Quaes reflexões deve fazer o dito Engenheiro, e o que deve conter a planta para huma Freguezia, Basilica, ou Cathedral, etc.*

Como deve ser a distribuição da planta para hum Recolhimento.

Como deve ser a distribuição da planta para hum Convento de Freiras.

Como deve ser a distribuição da planta para hum Convento de Frades.

XXIV. *Quaes reflexões deve fazer o dito Engenheiro, e como deve distribuir a planta para huma Cadeia pública, casa de Camera, ou Relação, e Aposentadorias, etc.*

XXV. *Qual he a situação local mais vantajosa pa-*

ra se construir hum palacio regular , que sirva de solar , e habitação aos nossos Imperantes nesta Cidade de Lisboa , etc.

XXVI. *Quaes devão ser as praças e estradas principaes para a decente e commoda serventia do mesmo palacio , e utilidade do público.*

XXVII. *Qual deva ser a distribuição externa do referido palacio em todas as suas frentes e praças , relativo não só aos ornatos , e aos das fachadas , mas tambem ás accommodações que devem ser feitas para estes lados , entrando a Capella Real.*

XXVIII. *Qual deva ser a accommodação interna do mesmo palacio , ou Arrançamento para a habitação das Personagens , Familia , e officios da Casa , que devem ter residencia no Paço , segundo as suas graduações , foros , e empregos.*

XXIX. *Qual seja o methodo ou maneira de dirigir as aguas competentes e necessarias , não só para todos os usos do Paço , mas tambem para se remediar qualquer incendio.*

XXX. *Como se poderão evacuar as aguas superfluas , e todas as immundicias ; e que methodo será mais facil para se alimpar os ditos depositos e cloacas.*

XXXI. *Quaes são os meios mais efficazes para se effectuarem as obras Reaes , e públicas com a maior economia.*

XXXII. *Fazer hum cathalogo dos Architectos , ou*

Engenheiros civis mais insignes que tem havido até o presente, etc.

XXXIII. *Fazer hum Diccionario Architectonico, conciso, etc.*

Finalizado todo este trabalho com as Plantas e mais Desenhos que forem de huma absoluta e extrema necessidade, continuarei a responder a mais alguns outros Quesitos relativos a esta importante profissão, e tudo tendente ao bem da Coroa, e da Nação Portugueza, etc.

QUESITO I.

Qual he a verdadeira Definição da Architectura civil.

RESPOSTA.

A RCHITECTURA he hum nome , que se deriva do Grego , composto de duas vozes , a primeira significa principal , ou cabeça , e a segunda , fabricante , ou artifice ; vindo a exprimir a força do dito nome , o principal , ou o primeiro dos Artifices .

Esta Definição , que geralmente se encontra na maior parte dos Diccionarios , supposto que verdadeira , em quanto á Significação do nome , não he exacta , em quanto á sua verdadeira intelligencia ; qual ella seja , o declara Vitruvio , quando diz , que a Architectura he huma Sciencia ; ornada de muitas Sciencias , Artes , e Preceitos , de cujo juizo se approvão todas as obras , que se fazem completas com as outras Artes , etc.

Para demonstrar com evidencia esta definição , primeiramente explicarei o que he Arte , a sua origem , o seu acrescentamento ou augmento , e a sua perfeição ; depois passarei a mostrar o que he a Architectura , a razão porque he Sciencia , e finale

mente o como seja a Directora das Artes ; e farei ver, na continuação desta obra, os muitos fins utilissimos para que esta Sciencia serve, ou pôde servir á sociedade, e á humanidade.

Arte, consiste em Regras e Methodo, com cuja observancia se fazem muitas obras uteis, agradaveis, e necessarias á Republica ; havendo o conhecimento prático da materia que se deve manufacturar, etc.

Alguns Escriptores antigos confusamente tratarão destas materias, e quizerão reduzir ao numero de sete as Artes, a que derão o nome de liberaes, e vinhão a ser :

Grammatica, Rhetorica, Logica, Arithmetica, Musica, Architectura, e Astronomia ; o que se comprehende neste verso : *Lingua, Tropus, Ratio, Numerus, Tonus, Angulus, Astra.*

Igualmente estes Escriptores reduzirão as Artes chamadas Mecanicas a outras sete, que dizião ser as principaes, de donde se derivavão todas as outras Artes Mecanicas, a saber :

Agricultura, Caça, Guerra, todos os officios Fabris, a Cirurgia, as Artes de Tecer, e as de Navegar, que vão apontadas neste verso.

Rús, Nemus, Arma, Faber, Vulnera, Lana, Rates.

Outros Escriptores quizerão posteriormente unir ao numero das Artes Liberaes, a Pintura, a Escultura, a Gravura, e outras mais.

As Artes por tanto chamadas Liberaes, ou como diz Cicero, *Artes quibus liberales doctrinae atque ingeniae continentur*, não tem numero certo, nem outra distincção mais do que unicamente serem conhecidas por dependentes de mais alguns estudos e applicações, do que as outras Artes Mechanicas; e por tanto fazerem se credores de mais estimação do que as outras Artes, que dependem de menos conhecimentos.

A etymologia de Arte Liberal procede unicamente, por terem sido no tempo do Imperio Romano chamadas, *Artes Livres*, isto he, que era prohibido aos Escravos o poderem exercitallas.

Alguns Escriptores antigos, tendo se applicado á Philosophia Estoica, e lendo os Escriptos de Seneca, quizerão denegar o nome de Artes Liberaes á Pintura, e Escultura, etc.; e isto certamente procedeo de não profundarem o verdadeiro sentido de tão insigne Philosopho.

Seneca nunca legislou positivamente em desabono da Pintura, e Escultura, etc.; mas só disse que não devião ser considerados por Artifices Liberaes aquelles, que dezafiavão a incontinençia com as suas escandalozas obras.

Non adducor, ut in numerum liberalium artium Pictores recipiam, nam magis quam Statuarios, aut Marmorarios, aut caeteros Luxuriae Ministros: Seneca, Epistola 88 a Lucilio.

Entre as muitas diversas cousas, que se encon-

tra na humanidade, huma ha a que se chama habito.

Esta palavra significa huma qualidade adquirida ou infusa, que nos communica por algumas acções huma firme qualidade; significa tambem aquelle que tem ou possui huma qualidade, que difficilmente a possa tirar, ou perder.

Com este predicto nome se comprehende toda a virtude, toda a sciencia, e toda a Arte.

Dividem-se os habitos desta sorte: huns são do entendimento, e outros da nossa vontade.

Os habitos do entendimento são de trez formas: o primeiro he daquelles que não deixão o entendimento inclinar-se mais á verdade que ao falso; como he a opinião, a suspeita, e a credulidade: o segundo he daquelles que voltão o entendimento do verdadeiro ao falso; como se alguém, disposto com falsos principios, não podesse por modo algum consentir no verdadeiro principio; a este máo habito se chama Ignorancia prava: o terceiro dos habitos he aquelle que acostuma o entendimento á verdade, de sorte que por fórma alguma se póde inclinar ao erro, e á falsidade.

Esta qualidade e condição de habito he verdadeiramente digna e preciosa, como aquella que separa a instabilidade da opinião, declara a suspeição, e persuade a certeza, e a firmeza da verdade.

Sendo certo pois, que ao redor da verdade

são muitos os hábitos do entendimento , ainda que a verdade diversamente , e por diversas fórmulas se acha nas cousas , digo então , que no entendimento humano acha-se hum habito da verdade , que não he necessaria , chamado pelos philosophos *verdade contingente*.

A verdade necessaria he aquella que por verdadeira e certa razão se conclue ; e além disso a verdade necessaria he aquella , que he composta da prova , e da cousa provada.

Da dita divisão nos fica manifesto haver tres modos de hábitos ao redor da verdade necessaria : primeiro he ao que se chama Sciencia , que he o habito de conclusão alcançado por huma verdadeira e necessaria prova : segundo , he ao que se chama entendimento , que he o habito dos principios e das provas ; conserva o nome de huma das Potencias da Alma aonde existe , e esta será talvez a causa de se chamar entendimento ; por quanto para o conseguimento deste não concorre outro habito precedente ; mas conhecidos os fins , logo o entendimento sem mais outra prova do que sómente illuminado da razão natural conhece , e approva ser verdade aquillo que lhe he proposto : D'Ante porém chama ao conhecimento desta verdade primeira noticia e a esta verdade primeira verdade ; os philosophos chamão-lhe primeiros conceitos , primeiras maximas , ou primeiras dignidades.

Deste habito chamado entendimento tiverão

vigor e força especialmente as Mathematicas, porque nellas são estas noicias manifestissimas, e são de hum valor inextimavel.

Esta potencia do entendimento he a operação, ou seja o habito de outra potencia, que se chama *Intellecto*, a qual he o habito que conhece os principios, e he o nome da potencia e virtude da alma que entende.

Terceiro, o terceiro habito que existe ao redor da verdade necessaria, chama-se *sabedoria*, que he hum prompto e expedito conhecimento das provas, applicadas ás conclusões.

O entendimento pois, habituado em muitas Sciencias, e no conhecimento de muitos principios com qualquer suscitamento, acha a verdade; e como entre os habitos do entendimento ao redor da verdade necessaria, isto he, ao redor da verdade, que não póde ser que não seja, não temos achado com estes principios aquelle habito que procuramos, o qual com propriedade chamamos *Arte*: vejamos se entre os habitos, que estão ao redor da verdade contingente, se acha a *Arte*.

As cousas feitas pelos homens voluntariamente, e que não são determinadas mais a este, do que áquelle fim, nestas se não encontra aquella necessidade que dissemos acima, sendo algumas destas pertencentes á união, e conversação; e outras convenientes á utilidade, e cómodo universal.

A regra da primeira, chama-se *Prudencia*,

que he o habito moderador das accões humanas e civis ; á regra da segunda, se chama *Arte*, que he o habito regulador e conhecedor das obras, e que investiga alguma materia exterior, etc. etc.

Do habito da primeira regra resulta serem os homens chamados Legisladores, Juizes, etc.; e do habito da segunda regra, resulta serem chamados Architectos, Soldados, Agricultores, Fabricantes, Artifices, etc. etc.

Pelo que fica dito temos achado que a Arte he hum habito no entendimento, como reposto no verdadeiro sojeito, que dispoem a fazer, e obrar com regra e calculo cousas uteis á vida; como tambem, que a prudencia he o habito que dispoem o entendimento, a regular a vontade, naquellas cousas que convem á união, e bem da República, das familias, e de si mesmo; por cujos motivos nos constituimos justos, modestos, esforçados, liberaes; e finalmente bons, e virtuosos, etc. etc. etc.

Passemos agora a procurar o nascimento, e a origem das Artes.

Nasce toda a Arte da experiencia: o que sendo assim, demonstrarei brevemente que cousa he a experiencia, dõnde nasce, e como seja a fonte das Artes.

Experiencia não he outra cousa mais do que hum conhecimento nascido de muitas lembranças, de cousas sotopostas á intelligencia humana; por

cujas lembranças o homem julga todas as cousas por hum mesmo modo.

A experiencia então he bem comparada como as pégadas das feras ; pois assim como pelo signal da pégada do veado , o principiamos a achar ; mas nem porisso esta pégada he parte alguma do mesmo veado ; assim tambem a experiencia he o principio de achar as Artes ; mas nem por isso he parte de alguma Arte ; por quanto as cousas sotopostas ao pensamento não são os principios das Artes , mas sim a occasião , ou a causa , como claramente se vé ; pois que os principios das Artes são universaes , e não sotopostas a intelligencias humanas , ainda que as mesmas Artes tenham sido achadas por meio dos pensamentos , e intelligencias , etc.

Certo he que em quanto ao obrar combina a experiencia com a Arte ; porque tanto nesta , como naquella são as acções relativas ás cousas particulares ; mas em quanto á força e efficacia do obrar , os Artistas , que tiverem os competentes estudos , e forem experientes , hão de fazer melhor , e maior effeito , do que aquelles que sómente tem a razão universal das cousas ; e por isso succede muitas vezes que o Artifice ignorante , e sem huma completa experiencia , ainda que elle tenha na idéa as razões dos seus Artefactos , erra , e se engana bem a miudo ; não porque deixe totalmente de saber , nem porque a razão da sua idéa seja muitas vezes menos verdadeira ; mas porque faltando-lhes os conheci-

mentos precisos, e o exercicio competente, não conhece os defeitos da materia, a qual muitas vezes não corresponde á intenção da Arte, além de outros muitos absurdos a que vive sujeito todo o Artista ignorante.

Hum signal manifesto do saber he o poder ensinar e instruir aos outros; por quanto a perfeição consiste em poder fazer os mais semelhantes a si; e por isso o Artifice, que entender a razão, poderá ensinar com perfeição, e fazer hum outro semelhante a si, em quanto á sua Arte; mas o que for sómente experiente, não o poderá assim fazer; e ainda que o experiente mostra aos outros, como faz ou obra, nem por isso está capaz de dar a razão, por que assim obra, não tendo a Arte, isto he, os conhecimentos precisos; e por isso a sua demonstração ha de ser muito longe da sua verdadeira intelligencia.

Fica ao meu ver explicado, ainda que concisamente, como nasce a experiencia, que cousa seja, e de que modo a Arte procede daquella; do que se comprehende haver dous modos de experiencias; hum que he anteposto á Arte, isto he, que se faz primeiro que se adquira a Arte; como quando se diz, eu faço a experiencia, e quero provar se me sahe alguma cousa; e isto quanto á Arte he o mesmo que huma fonte relativamente a hum rio.

O outro modo de experiencia he excitado, e se aviva da Arte que se acha em nós; e segundo as razões da Arte, a exercitamos.

Tambem se póde facilmente conhecer das cousas predictas , que a experiencia serve muito mais ás Artes que se adquirem por invenção , do que ás que se alcanção por preceitos.

O nascimento das Artes he fraco no seu principio , mas com o tempo alcança força e vigor ; e assim he preciso confessar o quanto são dignos de todo o louvor os prinieiros Inventores das Artes , os quaes sem se pouparem a trabalho , e em proporção dos seus conhecimentos , que mais terião sido , se a vida lhes fosse mais extensa , achárão os principios , sobre os quaes gradualmente á proporção do augmento das Sciencias , se tem aperfeiçoado ás Artes , etc.

Entre as Artes algumas ha que tem menos de Sciencia , e outras mais ; e para se conhecer as que devem merecer maior distincção , ou dignidade , este he o systema.

Aquellas Artes nas quaes se faz preciso a Arte de numerar para os proprios exercicios , e conhecimentos necessarios da mesma , e juntamente a Geometria , e outras Mathematicas , todas são grandiosas ; e estas são as que se poderião chamar Artes Liberaes , se este nome não fosse improprio como acima fica dito : as Artes remanescentes , que não necessitão destes conhecimentos , todas são abjectas , como diz Platão ; pois são Artes nascidas da simples imaginação , fallás conjectura , e experiencia abandonada de viridicas demonstrações.

*Segue-se agora a demonstração da divisão
das Artes, etc. etc. etc.*

Parece-me que devão ser divididas em tres classes, sendo obrigados os Artistas da primeira classe, que os considero os mais distinctos, ter os Estudos seguintes, além dos que forem pertencentes e relativos ao exercicio e perfeição da sua respectiva Arte.

Devem ser examinados de Ler, Escrever, e Arithmetica a necessaria, segundo os seus exercicios: Geometria Prática, a Prática da Medição e Avaliação das obras dos officios de Pedreiro, Carpinteiro, e Canteiro, etc. para os destes exercicios, e alguns outros á proporção: devem ser examinados, e approvados tambem em riscar, e desenhar, reduzindo de pequeno em grande todo o desenho que lhe for apresentado; e finalmente, executar tudo quanto o Sabio Ministerio determinar; que talvez se resolva a querer consultar huma Academia Nacional das Artes, e Sciencias relativas sobre tudo quanto for conveniente para a perfeição das Artes, etc.

ARTISTAS DA I. CLASSE.

Persuado-me que se devão considerar os seguintes.

1. Pintores de prospectiva e scenarios.
2. Ditos figuristas, etc.
3. Ditos paizistas e de fogos, etc.
4. Ditos retratistas.
5. Ditos de miniatura, etc.
6. Os que trabalhão em mosaico, executando toda a qualidade de pintura.
7. Os que trabalhão em pedras duras, que he outra especie de mosaico mais difficil, e de que era feita a Capella Sepulcral dos Grão Duques de Toscana, os Medicis em Florença, aonde se trabalhava com toda a perfeição, etc.
8. Os marceneiros que com madeiras imbutidas fazem o mesmo que os de mosaico.
9. Os gravadores de buril, etc.
10. Os armadores.
11. Os bordadores.
12. Os tecelões de tapeçarias, que no seu tecido executão toda a qualidade de pintura.
13. Ditos em seda.
14. Os escultores em pedra.
15. Ditos em madeira.
16. Ditos em metaes.
17. Ditos em estuque, etc.
18. Os entalhadores.
19. Os canteiros ornatastas.
20. Os estucadores ornatastas.
21. Os maquinistas.
22. Os que fazem instrumentos mathematicos.
23. Os que fazem bombas, ect.
24. Os relojeiros.
25. Os serralheiros.
26. Os ourives lavrantes, etc.
27. Os que fazem oculos com o conhecimento da optica, etc.
28. Os pilotos.
29. Os cirurgiões.
30. Os dançarinos inventores, etc.
31. Os mestres de

Capella. 32. Os algebitas approvados professores, etc. 33. Os boticarios approvados, etc. 34. Os fundidores de estatuas, e siros, etc. 35. Os lapidarios. 36. Os joyalheiros. 37. Os latoeiros de folha amarella. 38. Os latoeiros de folha branca, que vulgarmente chamão funileiros. 39. Os caldeireiros. 40. Os picheleiros. 41. Os torneiros de metaes. 42. Os torneiros de madeira e marfim. 43. Os marceneiros de trastes. 44. Os artifices de fogo. 45. Os carpinteiros de casas. 46. Os azulejadores. 47. Os fabricantes de azulejos. 48. Os estucadores molduristas, etc. 49. Os canteiros. 50. Os alveneos a que vulgarmente chamão pedreiros. 51. Os jardineiros. 52. Os hortelões. 53. Os copeiros. 54. Os carpinteiros de machado, etc.

ARTISTAS da II. CLASSE.

Segundo me parece, devem ser examinados e approvados nos estudos seguintes, além dos que forem pertencentes e relativos ao exercicio e perfeição da sua respectiva Arte, ou Officio, etc.

Em ler, escrever, e arithmetica, a necessaria segundo os seus exercicios; alguma cousa de Geometria prática, e alguma cousa de Desenho, segundo os seus exercicios: o que tudo o referido, e o mais que necessario for para a perfeição de cada humas das Artes, e Officios, será proposto pela ponderada Academia para a I., para a II., e para a III. classe, etc.

Segundo o meu pensar, pertence á segunda classe os seguintes.

1. Os abridores de letras, etc.
2. Os impressores, etc.
3. Os pintores, doiradores, e prateadores.
4. Ditos fingidores de pedras, e madeiras, etc.
5. Ditos de encarnação, etc.
6. Vestimenteiros.
7. Sirigueiros de agulha.
8. Selleiros.
9. Correeiros de obra grossa, e fina.
10. Fusteiros de vasos de sellas.
11. Os que fazem estribos de páo, que antigamente foi officio particular, e hoje não ha por negligencia.
12. Os doiradores d'agua.
13. Os espingardeiros.
14. Os cronheiros.
15. Os ourives de obra

lisa. 16. Os afinadores do oiro, e da prata, etc. 17. Os moedeiros. 18. Os fundidores do cobre. 19. Os ferreiros. 20. Os armeiros. 21. Os correeiros de bahus. 22. Os esteireiros. 23. Os tecelões de pannos adamascados. 24. Ditos de galões de oiro, e de prata. 25. Ditos de fitas, e galões de seda, e de lã, etc. 26. Ditos de voiantes, e de cambraias com lavor, etc. 27. Estampadores de chitas, etc. 28. Alfaiates para mulheres. 29. Ditos para homens. 30. Carpinteiros para caixas de seges. 31. Ditos para rodas, e jogos, etc. 32. Ditos para carros, noras, e atafonas, etc. 33. Ditos para caixas, e bahus, a que chamão caixeiros. 34. Ditos para móveis inferiores, á que chamão cabeças de péo. 35. Seradores de pedras para mezas, etc. 36. Os oleiros. 37. Os caçadores. 38. Os picadores. 39. Os canastreiros. 40. Os cesteiros. 41. Os tintureiros. 42. Os albardeiros. 43. Os violeiros. 44. Os que fazem rabeças, e outros instrumentos. 45. Os que fazem cravos. 46. Os que fazem orgãos. 47. Os cabeleireiros. 48. Os que fazem pomadas, banhas, perfumes, etc. 49. Os que afinão cravos. 50. Os que afinão orgãos, etc.

ARTISTAS DA III. CLASSE.

Segundo me parece, devem ser examinados em ler, e escrever, e principios de arithmetica, etc. além dos que forem pertencentes, e relativos ao exercicio de cada huma arte, ou officio, o que tudo será regulado pela ponderada Academia, etc.

Ditos Artistas da III. classe que he a mais inferior, são os seguintes ao meu pensar.

1. Os tecelões de pannos lisos, de linho, de estopa, de algodão, de lã, e de seda.
2. E o mesmo de meias, calções, e coletes.
3. Ditos de tapetes lisos.
4. Os calafates.
5. Os seareiros.
6. Os pomareiros.
7. Os vinheiros.
8. Os herbolarios.
9. Os que fazem queijos, e manteiga.
10. Os taipeiros, e valadores.
11. Os mineiros, e poceiros.
12. Os calceteiros.
13. Os vidraceiros.
14. Os caboqueiros.
15. Os barraqueiros.
16. Os pintores de broxa.
17. Os ferradores.
18. Os que fazião melgas, officio que houve em outro tempo, e hoje não existe, por negligencia.
19. Os odreiros.
20. Os manteiros, algum dia houve este officio, hoje não sei se existe.
21. Os cardadores.
22. Os carapuceiros.
23. Os cortidores.
24. Os surradores.
25. Os cordoeiros de linho.
26. Os cordoeiros de esparto.
27. Os archoteiros, e escovas de piasá, etc.
28. Os çapateiros

de homem de obra fina. 29. Ditos de obra grossa. 30. Ditos de mulheres. 31. Os enteleiros. 32. Os espadeiros. 33. Os frieiros. 34. Os bainheiros. 35. Os que fazem cedeiros, e pandeiros. 36. Os que tirão fio de ferro, de latão, de prata, e de oiro. 37. Os bate-folhas. 38. Os penteeiros. 39. Os conteiros. 40. Os marqueiros. 41. Os botoeiros, ou seja os que fazem botões. 42. Os luveiros, etc. 43. Os estufadores, officio que havia antigamente, e hoje não existe por negligencia como alguns outros, etc. 44. Os salteiros. 45. Os colxoeiros. 46. Os sirigueiros de chapeo. 47. Os que fazem oleados. 48. Os cerieiros. 49. Os que fazem latas. 50. Os anzoleiros, officio que houve antigamente, e hoje não existe por negligencia, etc. 51. Os pescadores. 52. Os chocolateiros. 53. Os confeiteiros. 54. Os conserveiros. 55. Os pasteiros. 56. Os cosinheiros. 57. Os barbeiros. 58. Os mateiros, e os marroteiros, etc.

Huma grande parte destas artes, e officios mencionados nestas tres classes sobreditas são dependentes, e subordinados á Architectura; e sendo, como diz Vitruvio, a Architectura quem approva, e julga as obras que se fazem completas das mencionadas artes, nestes exercicios apparece a dignidade da Architectura.

Por isso diz Platão, que o Architecto não faz ou exercita officio algum; mas he superintendente áquelles que o exercitão; pelo que poderemos dizer francamente, que o architecto não he, nem

deve, nem pôde ser Pintor, Escultor, Estucador, Pedreiro, Carpinteiro, Canteiro, Entalhador, Marceneiro, Serralheiro, etc. porque nenhum destes, ou outros quaesquer artistas tem os estudos necessarios para serem Architectos; mas sim he o Architecto cabeça, regulador, superintendente de todos os artefactos, e edificios, e obras que se fizerem, etc.

Com Administrando então a Architectura a hum grande parte dos artistas acima referidos, e regulando os seus artefactos, etc.; assim como igualmente satisfazendo a tudo quanto contem o mappa junto N.º 1.º que he a demônstração do que comprehende os dez livros de Vitruvio; e juntamente comprehendendo, e demonstrando com evidencia tudo quanto contem os quesitos que se hão de seguir nesta obra, nestes termos, a Architectura mostra, distribue, e manda; e nestes officios apparece a dignidade da Architectura ser hum relevante sciencia, que habita como virtude heroica no centro de todas as artes; por todos os quaes motivos concludo com o que diz Vitruvio, fazendo a definição do que he sciencia: a sciencia, diz elle, consiste na união de muitas Doutrinas, e Preceitos, que unidamente concorrem para o conhecimento de hum proposto fim: logo a Architectura, que concorre para o conhecimento de muitos propostos fins, como he constante, e farei patente no decurso desta obra, deve ser respeitada, e justamente

reconhecida , muito superior a outras sciencias , que dependem de menos conhecimentos ; e por legitima consequencia , os fins para que servem , ou devem servir os architectos scientificos , ou sejaõ os Engenheiros civis , são os de maior , e mais relevante utilidade para qualquer Nação , etc.

QUESTO II.

NA supposição de se estabelecer em Portugal as duas divisões de Engenheiros Cíveis, com a denominação de Engenheiros Desenhadores, subordinados aos Engenheiros Directores; quaes estudos e exames devem fazer cada hum destes individuos, para poderem ser admittidos nestas corporações.

RESPOSTA.

Engenheiros Desenhadores.

Para serem admittidos, hão de ser examinados e approvados no ler, no escrever com a certo de orthografia, e na boa letra, na letra redonda bem feita, e immitando todos os diversos caracteres que se tem inventado na Imprensa, etc.; na Arithmetica, até os quebrados inclusivê; na Geometria Prática, no Desenho de Figura, de Ornato, de Paiz, e de Mappas Topograficos; em copiar, e reduzir em grande, ou em pequeno toda a qualidade de Mappa, ou de plantas de Edificios, ou de qualquer outra diversidade, etc.; no desenhar as ordens de architectura, e as proporções, etc.; em fazer

toda adversidade de alçado , seja fachada , córte ou Perfil , de qualquer planta que se lhe apresentar ; e em trabalho no campo com os instrumentos proprios para fazerem os Mappas , e traçarem no terreno em seu justo tamanho tudo quanto lhes for determinado pelos Engenheiros Directores , etc.

Engenheiros Directores.

Os Engenheiros pois que se destinarem para Directores , para Fiscaes , Vedores , Intendentes , Superintendentes , etc. das obras civis , etc. , e a fim de poderem satisfazer tambem o que contém o Mapa junto N.º 1.º , apresentarão suas atestações dos estudos , exames , e approvações , desde as primeiras letras até a philosophia *inclusivè* ; serão approvados em toda a arithmetica , e algebra , até á primeira equação , na Geometria Plana , e Rectilinea ; na Frigonometria Plana , e Rectilinea , na Mecanica , Hydraulica , e Hydrostatica ; na prática da Medição das obras dos officios de Pedreiro , Canteiro , e Carpinteiro ; e em tudo o quanto fica estabelecido para os Engenheiros Desenhadores , etc. , e assim mais no conhecimento , e uso dos materiaes , e no que pertence á segurança dos edificios , ou de qualquer obra que seja , tanto dentro das aguas , como em qualquer outra situação ; e tambem no Methodo mais economico , para a execução das

obras de toda a diversidade, e qualidade; no meio mais adequado para os reparos e melhoramento dos rios, e barras, etc.; e finalmente na distribuição das plantas de todas as diversidades, segundo o estabelecido, e o uso dos tempos presentes em Portugal, etc.

Tudo quanto fica exposto, e o mais que compete aos exercicios, e conhecimentos de hum Engenheiro Civil, irá explicado por quesitos, e respostas na continuação desta obra.

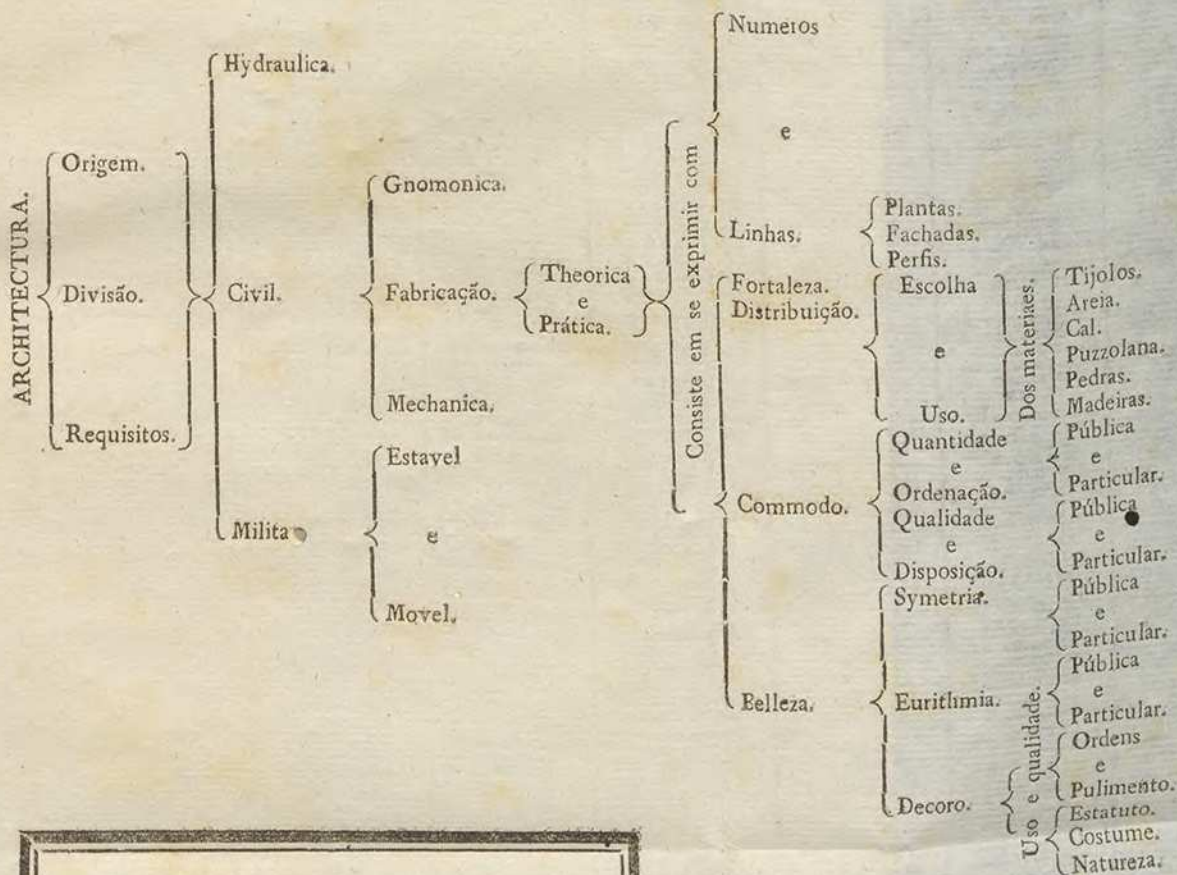
IDÉA GERAL

DO QUE HE

A

ARCHITECTURA,

EXTRAHIDA DOS DEZ LIVROS DE VITRUVIO.



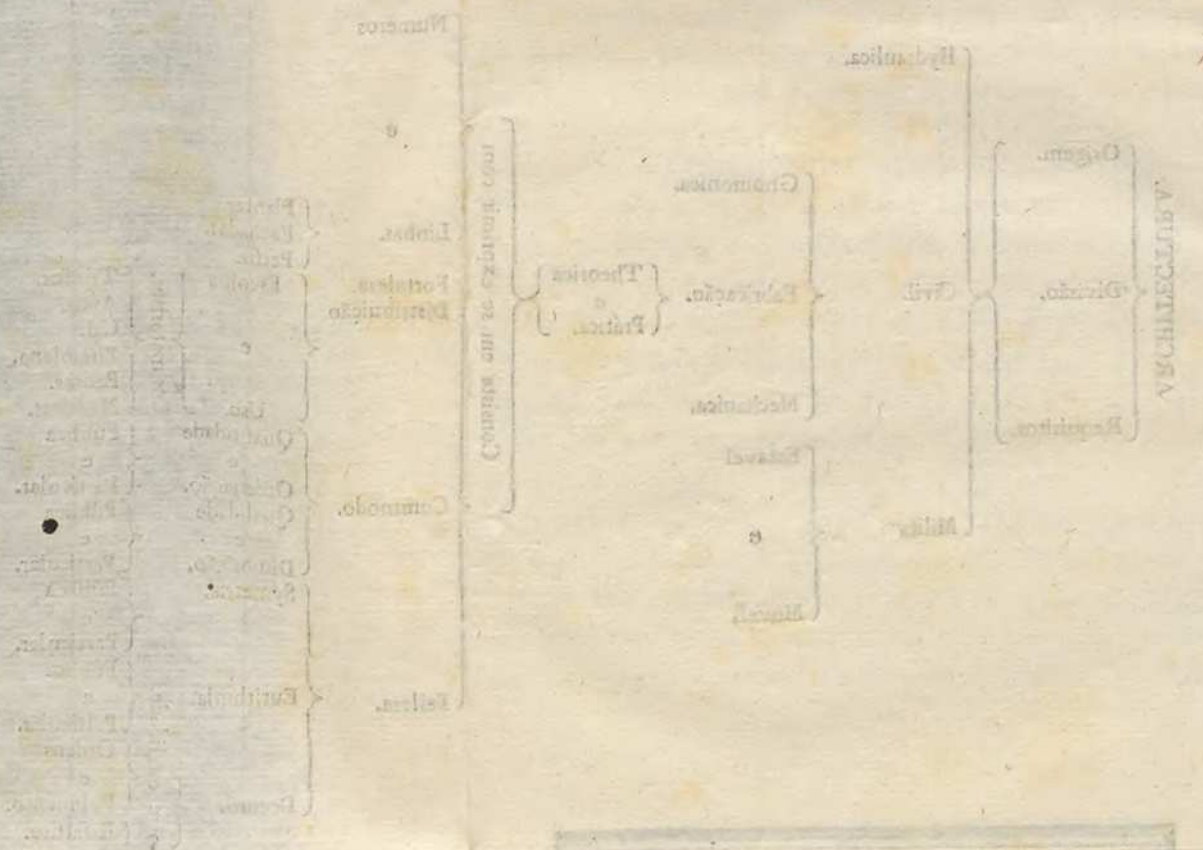
DIVISÃO GERAL DAS MATERIAS.

- Liv. I. Definição, e partes da Architectura, e escolha dos sitios para os edificios públicos.
- Liv. II. Dos materiaes.
- Liv. III. IV., e V. Das ordens, e dos edificios públicos.
- Liv. VI. Dos edificios particulares.
- Liv. VII. Dos pulimentos, reboucos, e pinturas.
- Liv. VIII. Das aguas, e acqueductos.
- Liv. IX. Da gnomonica.
- Liv. X. Da mechanica civil, e militar.

LIBRA GERAL

ARQUITECTURA

EXTRAHIDA DOS DESENVOLVIMENTOS DE VITRUBIO



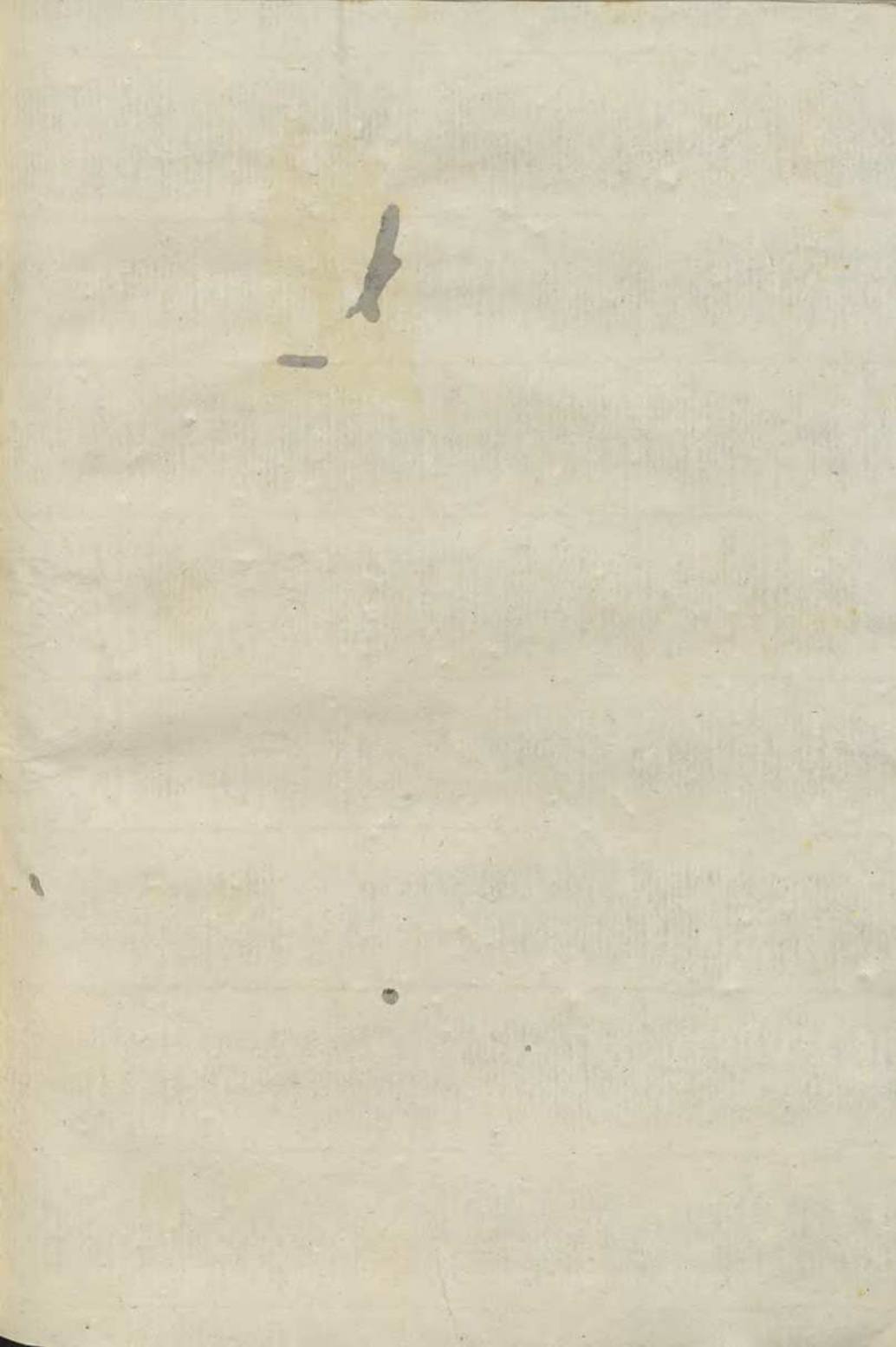
LIBRA GERAL DAS MATRIAS

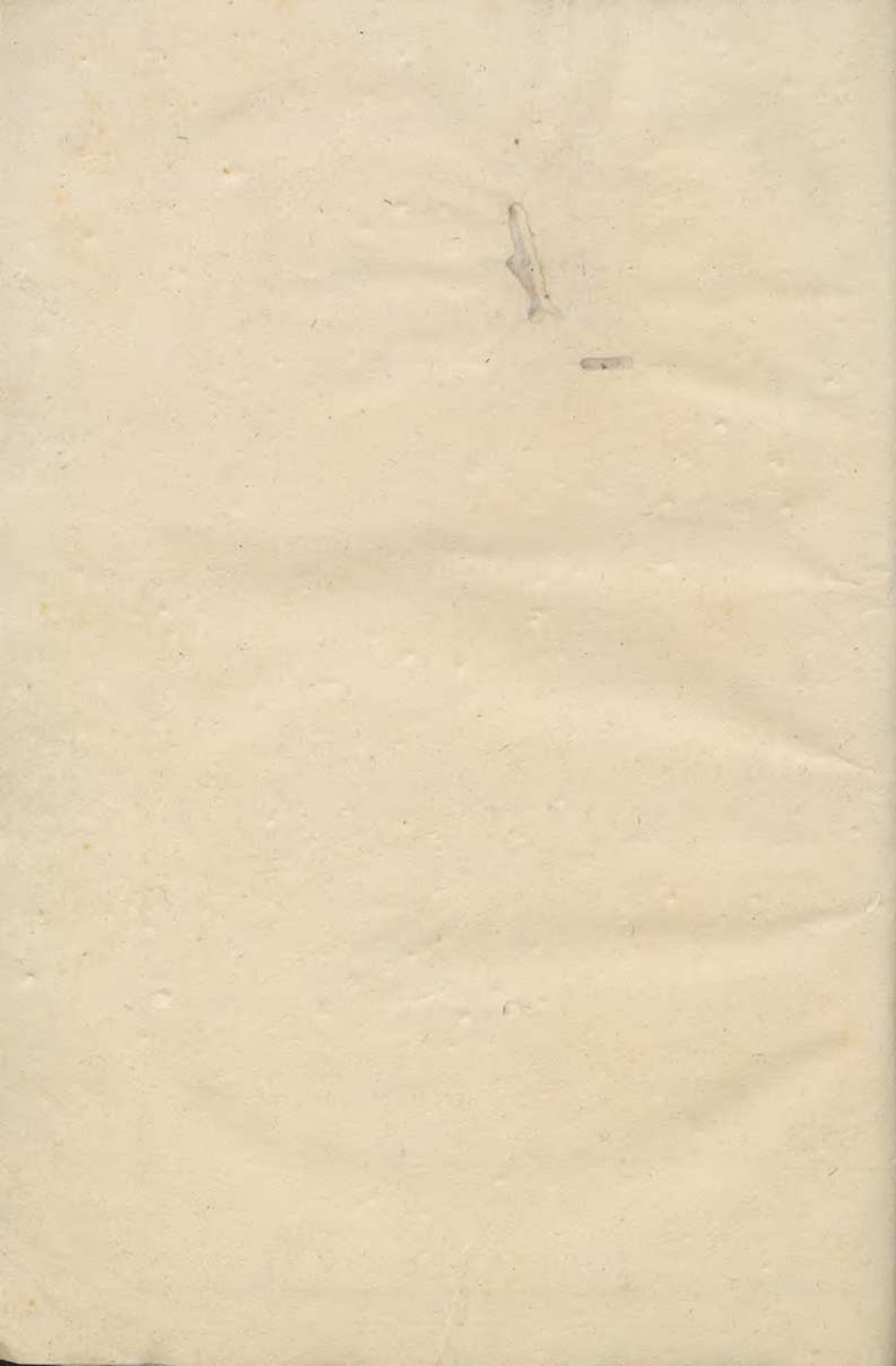
ERRATAS.

<i>Pag.</i>	<i>Lin.</i>	<i>Emendas</i>	<i>Erros.</i>
5	12	os Cór-	as Cór-
7	12	<i>Trigonometria</i>	<i>Trigonometrica</i>
16	18	reduzi ção	reduzição

REPORT

Page	1	2	3	4
Introduction	1			
Chapter I	2			
Chapter II	3			
Chapter III	4			





O
ENGENHEIRO CIVIL PORTUGUEZ,

OBRA UTIL, E NECESSARIA.

Num. II.

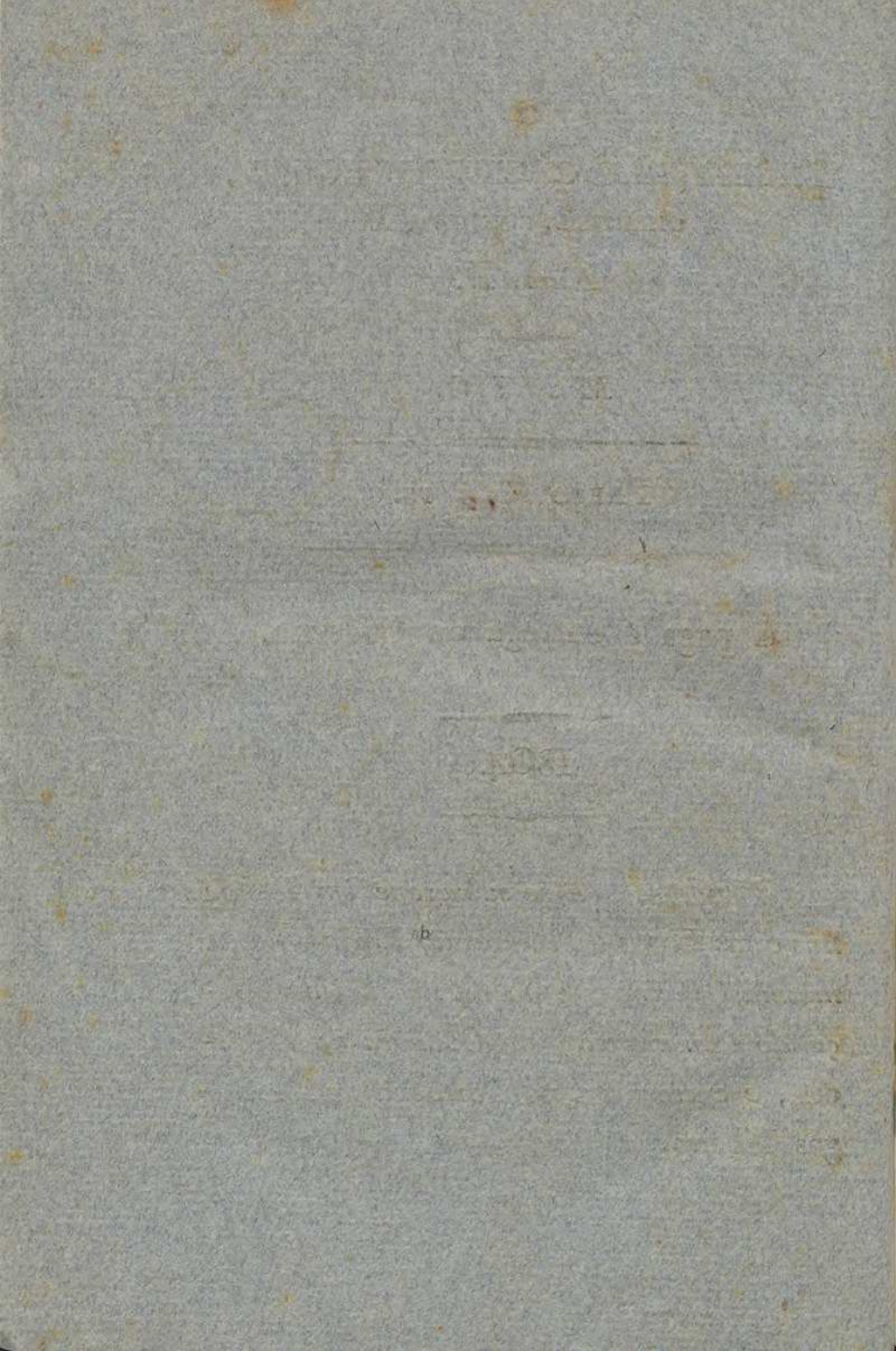
M A I O.

PREÇO *240* rs.

A paga á entrega do Caderno.

1804.

Vende-se , e se subscreve em Lisboa nas duas Loges da Impressão Regia , na da mesma Officina ; e na da Arcada na Praça do Commercio ; em Coimbra na de Or- cel , e Semiond ; no Porto na de Domin- gos Ribeiro.



SUBSCRIPTORES, QUE TEM ACCRESCIDO A ESTA OBRA

SUA ALTEZA REAL

O

PRINCIPE AUGUSTO FREDERICO,
DUQUE DE SUSSEX.

O P. Manoel Ferreira, Cônego da
Real Capella de S. João.

Marquezes.

Manoel Pinto, Archiducto de Traz
O Marquez de Castello Melhor.

Manoel Ferreira de Fátima, Bar.
Gento de S. João de S. Paulo.

Condes.

De Castro Marim.

De Rio Maior.

Nicoláo Tormo, Cônego de S. João
Nicoláo Tormo, Cônego de S. João.

Viscondes.

De Barbacena.

S. Pedro Est. de S. João, Cônego
de S. João de S. Paulo.

Bispos.

O novo Bispo de Bragança.

O Principal Presbytero da Santa
Igreja Patriarcal, Gomes Freire
de Andrade.

O D. Prior de Guimarães.

Barões.

Theotonio Manoel Ferreira, Bar.
de S. João de S. Paulo.

De Mossamedes.

A

Antonio de Sampaio.

Antonio Agostinho Pereira de La-
cerda, Cadete de Cavallaria de
Moura.

Sua Alteza Real.

Antonio José Delfim.

Arcangelo Fosquini.

Antonio Simões da Costa, e filho.

Bernardo Maximiano Paganino.

Brumly Illius.

B

C

Candido Norberto Jorge Bellegard,
primeiro Tenente da Brigada Real
da Marinha.

Conrado Henrique Niemeyer, Te-
nente Coronel Engenheiro.

Custodio José de Oliveira, Profes-
sor Emerito, e Deputado da Jun-
ta da Impressão Regia.

D

Dionysio Antonio Vernei.

Domingos Xavier de Andrade, Of-
ficial da Secretaria de Estado dos
Negocios do Reino.

Domingos José Gonsalves Macha-
do, Administrador do Tabaco
em Coimbra.

Duarte José Fava, Capitão Engenheiro, e Intendente das Reaes obras públicas.

F

D. Fernando de Lima, Conselheiro no Conselho da Fazenda.

O Doutor Francisco de Almada e Mendocça, Desembargador do Paço, e Inspector Geral em todas as repartições Civis do Exercito.

Francisco de Lemos de Faria Pereira Coutinho, Desembargador na Relação do Porto.

O Doutor Francisco José de Aguiar.

Gaspar Ciotta.

Gervazio José Pacheco de Valladares, Official da Secretaria de Estado dos Negocios do Ultramar.

J

Jeronymo Esteves, Official Maior da Secretaria da Policia.

José Sebastião de Saldanha de Oliveira Daun, Conselheiro no Conselho do Ultramar.

José de Almada e Mendocça, Major do Regimento de Cavallaria de Chaves.

O Desembargador José Diogo Mascarenhas Neto.

Fr. Joaquim de Santa Clara, Lente na Universidade de Coimbra.

José Maria Trener, Official da Secretaria de Estado do Ultramar.

José Joaquim da Rocha, Escrivão dos Orfãos do Bairro Alto.

José Libano Correia da Silva, Cirurgião.

João Theodoro de Louredos.

João Luiz de Couto.

Joaquim José de Azevedo, Almo-

xarife da Real Casa das obras dos Paços.

José Aniceto Raposo.

Joaquim de Oliveira, Tenente Coronel Engenheiro.

L

D. Lourenço de Lima, Embaixador nomeado para Hespanha.

Luiz Joaquim Frota de Almeida, Advogado.

M

O P. Manoel Ferreira, Conego da Real Capella em Villa-Viçosa.

Manoel Piote, Architecto do Theatro de Sua Alteza Real.

Manoel Henriques de Barahona, Sargento Mór, e Governador de Mourão.

N

Nicoláo Tolentino Vasques, Conego.

Nicoláo Theodoro Evaristo de Sequeira.

P

Fr. Pedro Cattani D'Aceto, Comendador.

Rodrigo José Franco.

T

Theotonio Manoel Ferreira, Escrivão da Bulla, e dos Juos Reaes.

Tiburcio Poderoso da Silva Freire.

V

D. Vasco da Camera, Porteiro Mór, e Gentil homem da Camera de Sua Alteza Real.

INTRODUCCÃO.

Q Uanto se deva reputar antiga, e necessaria a sciencia dos numeros, que se costuma chamar Arithmetica, poder-se-ha bem facilmente conhecer, e demonstrar pela antiquissima origem que elle trouxe dos Fenicios, e Egypcios, pelas admiraveis verdades, que ella contém, e pela serie luminosa dos escriptores que a illustrarão.

O que deve porém mais vivamente inflamar ao conhecimento desta sciencia, he o grande uso, e a maravilhosa utilidade que della se tira; por quanto, não ha certamente observação alguma, aonde não appareça, e seja necessario o uso dos numeros, e por consequencia tambem o artificio da Arithmetica; pelo que Platão, e outros justamente assegurarão que quem tirasse de todas as Artes, e Faculdades a pericia do Numerar, tudo quanto lhes ficasse se deveria considerar inutil, defeituoso, e imperfeito.

INTRODUÇÃO

Este livro é dedicado a todos os que se interessam por conhecer a história da nossa Pátria, e especialmente a história da nossa literatura. A história da nossa literatura é a história da nossa alma, e a história da nossa alma é a história da nossa vida. Este livro é dedicado a todos os que se interessam por conhecer a história da nossa Pátria, e especialmente a história da nossa literatura. A história da nossa literatura é a história da nossa alma, e a história da nossa alma é a história da nossa vida.

Noções preliminares da Arithmetica.

I.

Quantidade em geral he tudo aquillo que he capaz de augmento ou diminuição, como por exemplo, a extensão, duração, o pezo, etc. Tudo o que he quantidade pertence ao objecto das sciencias Mathematicas; mas a Arithmetica, que he a primeira parte dellas, e serve de porta para todas as outras, trata sómente da *quantidade discreta*, que he a que se exprime por numeros.

II.

A Arithmetica pois he a sciencia de contar: ella considera a natureza, e propriedade dos numeros, e tem por fim ensinar os meios mais fa-
ceis, tanto para os representar, como para os compôr, e resolver, que he o que se chama *calcular*.

III.

Para se formar huma idéa exacta dos numeros, he necessario saber primeiro o que entendemos por unidade.

IV.

A *unidade* he huma quantidade, que se toma (as mais das vezes arbitrariamente) para servir como termo de comparação a todas as outras quantidades da mesma especie: assim quando dizemos,

que hum corpo péza cinco libras, a libra he a unidade, isto he, a quantidade, com a qual se compara, e pela qual se faz idéa do seu pezo. Podiamos igualmente tomar a onça por unidade, e então o pezo do mesmo corpo seria oitenta onças.

V.

O numero serve pois para exprimir de quantas unidades, ou partes da unidade se compõem qualquer quantidade.

Se a quantidade se compõem tão sómente de unidades, o numero, que a exprime, se chama *inteiro*; sendo porém composta de unidades, e juntamente de partes da unidade, então chamamos ao numero *quebrado*, ou *fracção*: assim tres e meio fazem hum numero quebrado, ou fraccionario; e tres quartas, huma fracção.

VI.

O numero, de que nos servimos, sem determinar as especies das unidades, como quando dizemos, simplesmente, tres, ou tres vezes, ou quatro, chama-se *numero abstracto*; porém quando declaramos ao mesmo tempo a especie das unidades, como quando dizemos, *quatro libras*, *cem tonelladas*, etc. chama-se *numero concreto*.

VII.

A *numeração* he a Arte de exprimir todos os numeros por huma quantidade limitada de nomes, ou caracteres: estes caracteres, que são as letras da escritura numerica, chamão-se *algarismos*: o co-

nhecimento dos numeros, e dos seus nomes he familiar a toda a sorte de pessoas, e por isso desnecessario de o repetir agora.

Este tratado servirá, depois de saberem a Taboada, e as quatro primeiras especies de conta, somar, diminuir, multiplicar, e repartir.

VIII.

Dividem os Arithmeticos o numero com a denominação de finito, e de infinito, supposto que realmente não se póde dar numero infinito, senão numero que tem seu termo, e numero que o não tem.

IX.

Tambem contemplão os numeros, *binario*, que he o numero de dois pares: *ternario*, que he o numero composto de tres: *quaternario*, he o composto de quatro; *centenario*, he o de cem; e *millesimo*, he o composto de mil, etc.

X.

Chamão os ditos Arithmeticos *numero primo* áquelle, que só he medida da unidade; isto he: que não tem outra parte aliquota mais que a unidade; como 2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 29, etc.; e assim necessariamente ha de ser numero impar, exceptuando os dois.

Chama-se tambem ao dito numero primo, *primitivo*, ou *simples*.

Numeros primos, entre si, são os que só tem a unidade por medida commum, como 8, e 11, por-

que ainda que os 8 tenha alguma medida fóra da unidade, porém não he commum para os dois, tambem 10, 12, 17 são entre si primos, porque não tem numero algum por medida commum a todos tres: se entre muitos numeros houver algum numero *primo*, todos serão entre si primos, porque aquelle não terá medida alguma fóra da unidade, e necessariamente ha de haver entre elles algum numero impar, exceptuando os dois.

Na divisão destes numeros primos, de qualquer modo que se proceda, sempre fica hum unidade.

XI.

Chamão os Arithmeticos *numero digito* áquelle, que não chega a dez; que vem a ser, dos dois até os nove: *numero articulo*, ao de dez juntos, como 20, 30, 50, etc., contendo muitos algarismos juntos, dos quaes o primeiro he cifra, como 10, 20, 2500.

XII.

Numero misto he aquelle, que tem muitos algarismos; porém no primeiro não tem cifra, como 24, 152, 208, etc.: *numero composto* he o que póde ser dividido em muitas partes iguaes, e póde ser medido por outros quaesquer numeros, que pela unidade, v. g. 10, se póde medir por 2, e por 5, 12, a quem mede 2, 3, 4, 6; finalmente he o que tem algum numero que o méde além da unidade, ou o que tem partes aliquotas fóra da

unidade: tambem se chama a este numero composto *numero geometrico*, porque póde ser numero quadrado, numero cubico, etc.

Todo o numero composto méde a algum primo.

XIII.

Numero perfeito chamão áquelle, que he igual ás partes que o compõem, se se ajuntarem; e assim o numero 6 he perfeito, porque as suas partes aliquotas, a saber, 1, 2, 3, juntas, fazem seis. Tambem 28, he numero perfeito, porque 1, 2, 4, 7, 14, que são as partes que o compõem, fazem 28.

XIV.

Numero imperfeito, ou diminuto he aquelle, que he menor que as suas partes juntas, e cujas partes aliquotas juntas não chegão a igualallo, v. g. 8, cujas partes, 1, 2, 4, juntas não fazem mais que sete.

XV.

Numero abundante chamão áquelle, que he menor do que as suas partes aliquotas todas juntas, v. g. 24, he numero menor que a soma 36, de todas as suas partes aliquotas, que são 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12.

XVI.

Chamão *Numero cardinal* a hum, dois, tres, quatro, cinco, seis, etc.

XVII.

Chamão *numero ordinal* ao primeiro, segundo, terceiro, quarto, quinto, sexto, etc.

XVIII.

Chamão *Numero surdo, ou irracional* áquelle, que não tem proporção com outro numero.

XIX.

Chamão *numero deficiente*, e opposto ao numero sobredito abundante aquelle, que he maior que as suas partes aliquotas todas juntas, v. g. 15, que he maior do que a soma 9, das suas partes aliquotas, 1, 3, 5, daqui consta, que todo o numero primo he deficiente.

XX.

Numero quebrado he aquelle, que fica dividido em muitas partes, e que se escreve em duas ordens de numeros, separados por huma risca, dos quaes o de cima se chama numerador, e o de baixo denominador, v. g. $\frac{2}{5}$ significa dois quintos, etc.

Chama-se tambem *fracção* ao numero, pelo qual se exprime a quantidade menor que a unidade; de sorte, que o mesmo he dizer quebrado, do que *Fracção da unidade*.

XXI.

Numero arithmetico he qualquer numero racional, considerado em si, sem dependencia de outros numeros, v. g. 2, 3, 4, 5, etc.

XXII.

Chamão *numero circular, ou esferico* áquelle,

cujas potencias acabão pelo mesmo numero, v. g. este numero 5, cujo quadrado 25, e cujo cubo 125, e todas as mais potencias acabão em 5, que he o proprio numero: tambem este numero 6 he circular, porque seu quadrado 36, e seu cubo 216, e todas as mais potencias acabão em 6.

XXIII.

Numero polygono, ou figurado na Algebra he huma quantidade de pontos, postos em ordem no plano de hum polygono regular em paralelo, ou só nos lados do dito polygono: ha numero polygono simples, e numero polygono central, chama-se polygono este numero, porque representa o numero dos pontos que ha mister, para encher hum polygono regular em iguaes distancias, tomadas sobre linhas parallelas nos lados do polygono.

XXIV.

Numero par e impar, chamão *numero par* áquelle, que se póde dividir inteiramente em duas partes iguaes, como quatro, oito, doze, etc.

Chama-se *numero impar* áquelle, que differo do par por huma unidade, como cinco, sete, nove, onze, etc.

Divide-se o *numero par* em *pariterpar*, ou em *impariterpar*: o *pariterpar* he hum numero medido de par por par, como oito, a quem mede o par quatro pelo par dois: o *numero pariter impar* he medido de par por impar, como dez, a quem mede o par dois pelo impar cinco.

Advirta-se que ha muitos numeros, que juntamente são pariter pares, e pariter impares, como doze, que he medido pelo par dois, e pelo par seis; e tambem do par quatro, e pelo impar tres.

O numero impar só tem huma especie, que he impariter impar, a quem mede impar por impar, como vinte e hum que he medido do impar tres pelo impar sete.

XXV.

Seguirei agora a explicação da medida, e par-
tes do numero, etc.

Hum numero mede a outro, quando tomado ou repetido huma, ou muitas vezes o iguala, assim como hum covado mede a quinze covados, porque applicado quinze vezes o iguala: hum quatro mede a doze, porque tomado tres vezes faz os mesmos doze; e do mesmo modo o seis mede os trinta e seis, porque tomado seis vezes o iguala.

O numero das vezes que se toma, ou repete hum numero para igualar a outro, se diz por quem mede, como cinco mede a vinte por quatro, quando que tomado quatro vezes faz vinte; e como sete mede a quarenta e dois por seis, quando que repetido seis vezes faz quarenta e dois.

O numero que mede se chama *medida*, e assim he o maior de todos: os que podem medir a outro numero, chama-se *medida maxima*, como seis a respeito de doze, porque ainda que doze he

medido por outros numeros , como dois , tres , quatro ; porém o seis he o maior.

O numero medido se chama *multiplice do que mede* : assim doze he multiplice de seis , de quatro , de tres , de dois , e de hum.

Se hum numero como tres mede a seis , nove , e quinze , se chama *medida commua* ; e se he o maior dos que podem medir , se chama *maxima medida commua* , a qual póde ser hum dos mesmos numeros , como em oito , e dezeseis , pois oito se mede a si mesmo , e tambem dezeseis : a unidade mede a todos os numeros , porque se compõe della.

Hum numero he parte de outro (fallando como Arithmetico) quando tomado ou repetido tantas vezes o iguala ; e assim quatro he parte de doze , porque tomado tres vezes faz doze , e do mesmo modo seis he parte de quarenta e dois , porque tomado sete vezes faz quarenta e dois ; de sorte que a parte he hum numero menor , do que se chama todo , a qual parte menor mede a maior.

Porém se hum numero menor não mede ao maior , isto he , repetido huma , ou muitas vezes não o iguala , se chama partes , como os seis , a respeito de vinte e hum , porque tomado tres vezes faz dezoito ; e repetido quatro vezes , faz vinte e quatro , que excede ; e por isso se chama partes , porque não o medindo exactamente , contém muitas.

Para melhor intelligencia do que fica dito, he necessario advertir, que alguns Authores não tratão de outro genero de partes, senão da que mede ao seu todo; assim quando se diz parte já se entende que ha de medir ao todo; e como seis não mede aos vinte e hum, já se não poderá chamar parte a respeito de vinte e hum, pois como lhe chamaremos? digo, partes, porque seis contém duas vezes a tres, que he parte de vinte e hum; e porque tres he a setima parte de vinte e hum, será seis a respeito de vinte e hum, duas setimas partes, etc.

He muito certo que estas noticias de parte, e partes serão muito difficultosas de entender aos principiantes; porém he necessario não deixallas de explicar, por se encontrarem frequentemente em alguns Mathematicos: agora pois para melhor e mais facil percepção direi o mesmo em termos mais claros.

Parte he de duas maneiras, *aliquota*, e *aliquanta*.

Parte aliquota he aquella, que, repetida algumas vezes, iguala ao todo, como seis a respeito dos vinte e quatro: pelo contrario, *Parte aliquanta* he aquella, que tomada algumas vezes, não iguala ao todo, como tres a respeito de oito: esta parte aliquanta he ao que acima foi chamado *partes*.

A parte aliquota se costuma individuar no modo seguinte.

Huma ametade, hum terço, hum quarto, hum

quinto, etc. toma o nome do numero por quem mede, o qual se chama *Denominador*, como quatro, que he ametade de oito, porque se mede por dois, que he denominador; e assim mesmo cinco he a terça parte de quinze, porque se mede por tres.

A parte aliquanta necessariamente se ha de chamar com dois nomes, como, dois terços, quatro setimos, etc. porque contém muitas partes aliquotas: o primeiro nome expressa o numero das partes aliquotas que contém, e o segundo declara que partes aliquotas sejam, como seis a respeito de quinze, he dois quintos, porque contém duas vezes tres, o qual he hum quinto de quinze.

Huma parte aliquota he semelhante a outra aliquota, quando se contém em seu todo tantas vezes como a outra; assim como tres, e cinco são semelhantes a respeito de doze, e vinte; porque quanto os três em doze, como os cinco em vinte se contém quatro vezes: do mesmo modo dois, quatro, sete são semelhantes a respeito de seis, doze, e vinte e hum, por se conterem tres vezes: do mesmo modo os todos que contém as partes aliquotas semelhantes, tambem são semelhantes, como doze, e vinte a respeito de tres, cinco, chamão-se semelhantes, e tambem igualmente multiplices.

Huma parte aliquanta he semelhante a outra aliquanta, quando contém tantas partes aliquotas semelhantes do seu todo, como a outra dō seu; e

assim tres, e nove são partes semelhantes aliquantas de cinco, e quinze, porque entre ambas contém tres quintas partes de seus todos; e quatro, seis, e dez são semelhantes a respeito de quatorze, vinte e hum, e trinta e cinco, porque contém qualquer dellas dois setimos do seu todo.

As partes aliquotas, e aliquantas, que tem hum mesmo nome, são semelhantes, porque tomão o nome das vezes, que se contém em o todo, se são aliquotas, ou das partes aliquantas semelhantes, que contém, se são aliquantas, porque entre ambas são dois terços.

Das operações da Arithmetica.

Somar, diminuir, multiplicar, e repartir são as quatro operações fundamentaes da Arithmetica, a que os nossos escriptores dão o nome de especies: todas as questões, que se podem propôr sobre os numeros, se reduzem finalmente a praticar alguma destas especies, ou todas ellas, e por isso convém muito adquirir o habito de as executar com promptidão, e facilidade, procurando alcançar a razão em que ellas se fundão.

O fim da Arithmetica, como se sabe, he ensinar os meios de calcular facilmente os numeros: estes meios consistem em reduzir o calculo dos numeros compostos ao dos numeros simples, que se exprimem pelo menor numero de letras que he pos-

sivel, fazendo por partes todas as operações como ao diante se observará.

Somar.

Consiste na união de muitos numeros reduzidos a hum total, como tambem quando queremos reduzir a huma só, outras parcellas da mesma natureza: este numero que se busca, chama-se *soma*; e aos numeros que se ajuntão (os quaes devem significar todos a mesma especie de unidades) chama-se *addições*, ou *parcellas*.

Como aquelles para quem escrevo, concidero que já sabem estas quatro primeiras especies de contas, resta sómente demonstrar os exemplos seguintes :

Exemplo de somar.

Réis	428:686	345
	299:875	296
	982:422	354
	643:966	245
	322:132	435
Soma	2:677:082	675
Prova	2:354:950	240
Combina	2:677:082	675

Explicação da prova do somar.

Tira-se a ultima linha, somão-se as outras, e o resultado somado com a linha que se cortou,

deve combinar com a mesma soma do total, se estiver certa, como se observa acima.

Diminuir.

Esta segunda especie de conta serve para tirar o excesso que o numero maior faz ao menor: serve tambem para achar a differença que ha entre dois numeros designaes: o que resulta, chama-se resto, excesso, ou differença.

Exemplo.

Devia a F.	reis 286	950
Paguei-lhe	reis 249	322
Devo de resto	reis 37	628
Prova	reis 286	950 que combina.

Explicação da prova desta conta.

A prova desta qualidade de conta consiste em somar as duas parcellas da paga, e do resto da divida; e sahindo a soma igual á primeira parcella, está a conta certa: o que acima se vê.

Multiplicar.

Esta especie de conta se inventou para somar breve, e compendiosamente, e serve tambem para

achar hum terceiro numero tanto multiplique do numero multiplicado, quanto o numero multiplicante he multiplique da unidade, ou finalmente o fazer como a unidade ao numero multiplicante, assim o numero multiplicado a hum outro numero, o qual por isso se chama sempre producto, ou formado da multiplicação dos determinados numeros; como multiplicando-se os quatro por tres, ha de resultar doze, os quaes contém em si os quatro multiplicados tres vezes, assim da mesma fórma, ajuntando-se ao numero tres, mais tres vezes, o numero multiplicante tres ha de conter em si a unidade.

Exemplo.

Varas	4:450	Multiplicando
Preço	réis 68	Multiplicador
	<u>35:600</u>	
	<u>267:00</u>	
Resulta importar	<u>302:600</u>	réis
	<i>Prova.</i>	$\begin{array}{r} 4 \mid 2 \\ 5 \mid 2 \end{array}$

A mais facil prova que ha para a multiplicação he a dos nove fóra; e vem a ser somar primeiro o numero multiplicando; e como soma treze nove fóra quatro, segue-se depois o somar o multiplicador, que vem a resultar o numero quatorze nove fóra cinco; multiplica-se hum por ou-

tro, que vem a produzir vinte e nove fóra dois, o qual se põe no terceiro lugar da aspa, e depois faz-se a mesma operação á soma, e como se vê, importa esta onze e nove fóra dois, combina, e por isso está certa a conta, etc.

Repartir, ou dividir.

Esta especie de conta serve para partir hum numero por outro, observando-se quantas vezes cabe, ou entra o menor no maior; e isto vem a ser repartir a maior quantidade em tantas partes iguaes, como unidades tem o numero menor: assim o repartir dezeseis por quatro, he o mesmo que buscar em dezeseis quantas vezes ha quatro, que são quatro vezes.

O numero, que se toma para se dividir, chama-se *dividendo*, ou vulgarmente *partição*; e o numero pelo qual se divide, chama-se *divisor*, ou *partidor*; e o numero que mostra as vezes que o dividendo contém o divisor, chama-se *quociente*.

$$\frac{1}{2}$$

A mais facil prova que ha para a multiplicação he a dos nove fóra; e vem a ser contar primeiro o numero multiplicando; e como se tem de se nove fóra quatro, segue-se depois o somar o multiplicador, que vem a resultar o numero de nove fóra cinco; multiplicando-se hum por outro

Exemplo.

Temos para repartir 88\$843 rs. por 5 compa-
nheiros, quanto toca a cada hum?

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo } 88:843 \quad \left. \begin{array}{l} 5 \text{ divisor} \\ \hline 17:768 \frac{1}{5} \text{ quociente} \end{array} \right\} \\
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \underline{-38} \\
 35 \\
 \underline{-38} \\
 35 \\
 \underline{-34} \\
 30 \\
 \underline{-43} \\
 214 \\
 \underline{514} \\
 5
 \end{array}
 \end{array}$$

Prova.

A prova desta conta tambem se cõstuma fa-
zer pelos nove fóra, do mesmo modo como já foi
explicado na conta do multiplicar; mas deve-se pri-
meiramente fallar com o quociente, dizendo: Hum
e sete oito, e sete quinze nove fóra seis, e seis
doze nove fóra tres, e oito onze nove fóra dois,
que se deve pôr na aspa; segue-se o pôr no se-
gundo lugar da aspa o numero divisor cinco; e
multiplicado este pelo primeiro resultado dois, vem
a produzir dez, ao qual, ajuntando-se os tres do re-
siduo, fazem treze, e nove fóra quatro, que se as-

senta no terceiro lugar da aspa : segue-se a mesma operação ao numero dividendo, que vem a ser, oito e oito dezeseis nove fóra sete, e oito quinze nove fóra seis, e quatro dez nove fóra hum, e três quatro que combina, e por isso está certa a conta.

Da prática da dizima, ou partes decimaes.

De todas as divisões, e subdivisões que se podem fazer da unidade a que mais contribue para a facilidade do calculo, he a divisão decimal, na qual se suppõe a unidade dividida em dez partes, cada huma destas em outras dez, e assim por diante: della se faz hum uso continuo na prática das sciencias mathematicas, e tem a vantagem que a sua numeração, e o seu calculo he do mesmo modo que os numeros ordinarios, e inteiros, como agora se verá.

Para assentar em partes decimaes as quantidades mais pequenas que a unidade, imagina-se a mesma unidade qualquer que ella seja, v. g. a braça, o palmio, etc. composto de dez partes iguaes, assim como se imagina a dezena composta de dez unidades: a estas novas unidades, em contraposição das dezenas, damos o nome de decimas, e representamo-las com os mesmos algarismos; e porque são dez vezes menores que as unidades principaes, dar-lhes-hemos o lugar á direita dellas: para tirar porém o equivoco de se tomar as decimas por

unidades simples, usa-se de huma virgula, que se põe entre as unidades, e as decimas; assim para assentar trinta e duas unidades, e quatro decimos, escreveremos desta fórma 32, 4.

Da mesma fórma poderemos considerar os decimos formados de outros dez, e cada hum dez vezes mais pequenos daquelles; e pela mesma razão sobredita se ha de assentar á direita dos mesmos decimos: estas novas unidades dez vezes mais pequenas que os decimos, são cem vezes mais pequenas que as unidades principaes, e por isso se chamão centesimos.

Continuando por diante a dividir do mesmo modo na razão decupla, se formarão novas unidades consecutivas, ás quaes se darão os nomes de millesimos, etc.; e se assentará por sua ordem nas casas seguintes, caminhando sempre para a direita como fica dito, etc.

O modo de lér, ou dizer o valor dos algarismos pertencentes á dizima, he como nos outros numeros; depois de se haverem lido as letras que estão á esquerda da virgula, lem-se as letras decimaes da mesma sorte, applicando no fim o nome das unidades respectivas, que competem á sua ultima casa: assim para declarar o valor do numero seguinte 26, 57, diremos vinte seis unidades, e cincoenta e sete centesimos.

A razão disto he facil o perceber-se, em se advertindo que o numero 26, 57, a letra 5 se pôde

tomar indifferentemente por cinco decimos, ou por cincoenta centesimos; porque valendo o decimo dez centesimos, os cinco decimos valerá cincoenta centesimos; e como a letra 7 mostra sete centesimos, com os cincoenta faz cincoenta e sete centesimos, que he o que se queria demonstrar.

No caso de não haver unidades, mas sómente partes da unidade, põem-se huma cifra na casa das unidades, v. g. 0, 2 0, 004, etc.

Das mudanças que resulta em qualquer numero, mudando a virgula do seu lugar.

Como a virgula serve para marcar a casa das unidades, e como o valor de cada hum dos algarismos depende da sua distancia local, e respectiva á mesma casa das unidades, he evidente que mudando-se a virgula huma, duas, tres casas para a esquerda, o numero se fará dez, cem mil vezes mais pequeno; e ao contrario dez, cem, mil vezes maior, mudando a virgula huma, duas, tres casas para a direita.

A ultima observação que faremos sobre a dizi-ma, he, que não se altera o valor de hum numero, acrescentando-se depois da ultima letra decimal as cifras que quizerem, como se observa em o numero seguinte 2, 5 vale o mesmo que 2, 50, ou 2, 500; porque valendo cada hum decimo dez centesimos, como já fica dito, 5 decimos valerá 5 ve-

zes dez, ou 50 centesimos; e valendo cada centesimo dez millesimos, os 50 centesimos valerá o mesmo que 500 millesimos.

Das operações decimaes.

Somar.

Faremos com que as virgulas fiquem todas em huma columna vertical, v. g.

26,202

4,8

0,64

2,005

Soma 33,645

Diminuir.

A regra he a mesma que nos numeros ordinarios; porém para tirar todo o equivoco que possa haver, farei com que ambos os numeros tenham igual numero de letras decimaes, ajuntando as cifras que forem necessarias ao que tiver menor numero, cuja operação lhe não muda o valor, como já fica demonstrado, v. g.

Querendo-se diminuir de

403,25

O numero

385,6532

ajuntaremos duas cifras á dizima do numero superior, e depois obraremos á maneira dos numeros inteiros.

403,2500

385,6532

 017,5968

Multiplicar.

Na multiplicação das partes decimaes observar-se-ha a mesma regra dos numeros inteiros, sem fazer caso da virgula; e depois de achar o producto, se cortarão por meio da virgula tantas letras da dizima para a direita, quantas são as que tem os factores ambos juntos.

Exemplo.

34,24

25

 17,120

68,48

 85,600

A razão desta regra he facil de entender, observando que se o multiplicador fosse 25, o producto seria de centesimos, pois se teria repetido 25 vezes o numero 34, 24, que mostra centesimos; como porém o multiplicador he 2, 5, isto he, hum numero dez vezes menor que 25 unidades, o pro-

ducto mostrará unidades dez vezes menores que as centesimas, que vem a ser millesimas: logo a ultima letra da dizima deve mostrar millesimos, e por conseguinte deve ter tres algarismos da dizima, que são os que se achão em ambos os factores juntos.

Dividir.

Divisão das partes decimaes.

Reduzirei a huma só regra a divisão das partes decimaes na maneira seguinte:

Preparem-se os numeros propostos, de maneira que tenham ambos igual numero de algarismos decimaes, ajuntando as cifras necessarias ao que tiver menor numero de algarismos, o qual não obstante nunca muda de valor, como já foi dito: supprima-se a virgula, e pratique-se a divisão, como se os numeros fossem inteiros; e o quociente será o que se busca, sem haver nelle algarismos decimaes.

$$\begin{array}{r} 100 \\ 38 \overline{) 3800} \\ \underline{38} \\ 0000 \end{array}$$

Exemplo.

Querendo-se repartir 16,42 por 4,3

$$\begin{array}{r} 1642 \quad | \quad 430 \\ 0352 \quad \quad 3 \quad \underline{352} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 430 \end{array}$$

Primeiramente se ha de reduzir os numeros dados, a que tenham igual numero de casas de dizima, ajuntando huma cifra ao divisor, que ficará sendo 430: depois, supprimindo a virgula, partiremos 1642 por 430, e acharemos o quociente 3, e o resto 352, e por conseguinte o quociente total $3 \frac{352}{430}$; porém como usamos da dizima com o fim de evitarmos as fracções ordinarias, em lugar de assentarmos o resto em fórma de fracção continuaremos a operação, para acharmos o dizimo do quociente, como se verá.

II. Exemplo.

$$\begin{array}{r} 1642 \quad | \quad 430 \\ 03520 \quad \quad 38 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0080 \end{array}$$

Tendo achado o quociente 3 inteiro, como no primeiro exemplo, e o resto 352, ajuntaremos huma cifra que o fará dez vezes maior, e teremos então para dividir 3520; e feita a operação, resul-

tará por quociente o numero 8; e tendo marcado o lugar das unidades por meio da virgula, que pozemos junto aos 3, deste modo, os 8 mostra sómente decimos, e desfaz o que se tinha augmentado no dividendo, fazendo-o dez vezes maior.

Desta maneira se póde reduzir á dizima todos os restos das divisões.

Resta mostrar a razão, por que suprimindo a virgula, tanto no dividendo, como no divisor, não se altera o quociente no caso de haver igual numero de letras decimaes em ambos elles; porque no exemplo acima 1642 vale o mesmo que 1642 centesimos; e o divisor 4,30 o mesmo que 430 centesimos, como já fica demonstrado: logo 1642 centesimos contém a 430 centesimos tantas vezes, quantas 1642 unidades contém 430 unidades, logo he escusado attender á virgula todas as vezes que ambos os numeros acabão na mesma casa decimal.

Seguem-se os quebrados, ou fracções da unidade.

Na Arithmetica se dá o nome de quebrados, ou fracções aos numeros, pelos quaes se exprimem as quantidades menores que a unidade.

Para se formar huma idéa clara delles he necessario conceber a mesma quantidade, que se tem escolhido para unidade, como composta de outras unidades mais pequenas, assim como se concebe,

por exemplo, a libra composta de 20 partes ou unidades, a que chamão soldos.

Huma, ou muitas destas partes, nas quaes se divide a unidade, ou das quaes se entende composta, formão ao que se chama quebrado, ou fracção da unidade, e o mesmo nome se dá aos numeros com que ellas se representão.

Ha duas differenças na expressão dos quebrados, e ambas ellas recebidas na prática.

A primeira consiste em representar as partes da unidade, á maneira dos numeros inteiros, tomando-as como unidades de outra especie, e dando-lhes hum nome particular.

Assim para mostrar sete partes, das quaes entrão vinte em huma libra, damos primeiramente ás ditas partes o nome de soldos; e prescindindo da libra, ou da unidade principal, as declaramos como unidades absolutas com a letra 7, a qual ajuntamos a letra inicial das unidades que significa deste modo $7^{\underline{s}}$: expressão que em si mesma he inteira, e absoluta; mas a respeito da libra he huma fracção.

Hum covado, que se costuma dividir em terças, e quartas partes, as ditas partes são quebrados a respeito do covado, que he a unidade.

Esta differença de quebrados tem lugar nos numeros complexos, dos quaes se fará menção mais ao diante.

Como porém não he possivel dar nomes em

particular a todas as divisões que se podem fazer da unidade, faz-se necessaria a segunda differença de quebrados, em cuja expressão se usa de dois numeros; o primeiro dos quaes se assenta em cima de huma risca, e mostra as partes da unidade de que se compõe a quantidade que queremos significar; e o segundo debaixo da risca, para denotar quantas dessas partes fórmão a unidade; assim para pôr em figura as sete partes da libra, de que ha pouco fallámos, deveremos assentar os dois numeros desta maneira $\frac{7}{20}$.

Representados pois os quebrados com os mencionados dois numeros ao que fica por cima da risquinha, se chama *numerador*; e ao segundo numero, que se assenta por baixo da risquinha, se chama *denominador*.

Quando o denominador he maior que o numero 9, se explicão os Arithmeticos pela expressão ávos: v. g. se tivermos o quebrado $\frac{11}{12}$, a sua intelligencia he tres, e doze ávos; e da mesma fórma para declararmos o seguinte $\frac{7}{20}$, diremos sete vinte ávos; e igualmente, achando o numero seguinte $\frac{11}{100}$, diremos onze cem ávos, etc.; advertindo que onze cem ávos quer dizer onze partes taes, que dellas sejam necessarias cem para formar a unidade.

Sendo o denominador de 2 até 8, não se usa da adição ávos, mas dos nomes meios, terços, quartos, quintos, sextos, setimos, e oitavos, ou ametades, terças, quartas partes, etc. tambem

dos nove para cima se usa hoje dos nomes ordinaes da lingua Latina, como $\frac{1}{1000}$ ávos, tres mil ávos, ou tres millesimas partes da unidade.

Advertencia.

Esta addicção ávos não significa cousa alguma per si mesma: he a terminação de oitavos até onde os nossos Arithmeticos antigos davão nome ordinal proprio ao denominador: dahi por diante, ou por recearem usar dos ordinaes da lingua Latina, ou para maior facilidade na leitura dos quebrados, usárão dos cardiaes, ajuntando lhes a terminação do mesmo nome, oitavos, para os fazerem equivalentes aos ordinaes: deste modo onze ávos tem o lugar de hum nome que se formaria de onze, assim como oitavos se fórma de oito, que seria onzavos: assim dois onze ávos he como se dissessemos dois onzavos, tres cem ávos, o mesmo que tres centavos, etc.

He necessario tambem advertir agora que o numerador mostra de quantas partes da unidade se compõem a quantidade que se declara pelo quebrado, e o denominador determina a grandeza, e valor dessas partes, mostrando quantas dellas fórma a unidade, por isso se chama denominador, porque dá o nome ás partes da fracção, e faz v. g. nestes dois quebrados $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{7}$, que as partes do primeiro sejam quintas, e as do segundo setimas.

Tanto o numerador, como o denominador se chamão tambem termos do quebrado que por elles se representa; e em dois quebrados, ambos os numeradores, ou ambos os denominadores chamão-se termos homologos; e o numerador de hum com o denominador do outro, termos heterogeneos.

Querendo-se reduzir hum numero quebrado a hum numero menor, porém que seja da mesma especie, e do mesmo valor, se faz a operação seguinte.

Exemplo.

Seja o numero quebrado $\frac{36}{48}$, deve-se achar hum numero que divida precisamente o numero numerador 36, e o seu denominador 48, e este será o 12 que entra tres vezes no numerador 36, e quatro vezes no denominador 48, e assim se dirá que $\frac{36}{48}$ se reduz a $\frac{3}{4}$.

As operações, que se fazem sobre os quebrados, conduzem muitas vezes a resultados fraccionarios, cujo numerador se acha igual ou maior que o denominador, como v. g. $\frac{2}{3}$, $\frac{27}{4}$, etc.

As expressões desta sorte não são fracções propriamente taes, mas numeros inteiros, ou inteiros com quebrados, representados em forma de fracções.

Para extrahir os inteiros, que se achão incluídos nellas, he necessario dividir pelo denomina-

dor , o numerador : o quociente mostrará os inteiros , e o resto da divisão , se os houver , será o numerador de huma fracção propriamente tal , que se ha de ajuntar aos ditos inteiros , ficando o mesmo denominador : assim $\frac{27}{5}$ se reduzem a 5 e $\frac{2}{5}$, isto he , cinco unidades , e dois quintos da unidade.

A razão he , porque na expressão $\frac{27}{5}$ o denominador 5 mostra que a unidade se tem dividido em 5 partes : logo quantas vezes houver 5 em 27 , tantas unidades inteiras haverá no valor da fracção $\frac{27}{5}$.

Querendo-se pois reduzir hum quebrado de muitas cifras á menor expressão , porém que seja de igual valor , deve-se fazer a reduccão já acima ponderada , achando-se hum numero que divida precisamente o numerador , e o seu denominador , e para o que se deve usar da regra seguinte.

Seja o numero 86:808 numerador , e 278:592 denominador , deve-se primeiramente dividir os numeros mencionados , hum por outro , sendo divisor o dito numero numerador 86:808 , e dividendo o dito numero denominador de 278:592 ; e observando-se que o numero divisor entra tres vezes no numero dividendo , e sobeja a quantia de 18:168 , deve-se pôr por baixo desta quantia o numero de 86:808 , que tendo sido divisor fica agora servindo de dividendo , e fica feito divisor o numero 18:168 , cujo divisor entra em o numero dividendo 4 vezes ,

e sobeja 14:136, continua-se a mesma operação, ficando feito o dito numero que sobeja de 14:136 divisor, e o numero de 18:168 fica feito dividendo, e assim desta forma se continua até chegar á ultima cifra, a qual, não sobejando unidade, segue-se o dividir o ultimo divisor 24 pelo numero numerador de 86:808, e tambem pelo seu denominador de 278:592; e o resultado desta divisão, feita pelo dito numerador, fica feito numerador do numero quebrado que se pertende reduzir; e o resultado da divisão do numero 24 pelo dito denominador fica feito denominador do mesmo numero quebrado; e assim se vê, que $\frac{86808}{278592}$ fica reduzido ao quebrado de $\frac{1617}{41608}$.

Por quanto se sobejasse alguma unidade na dita mencionada operação, não se poderia nesse caso fazer a redução do quebrado, do que tão sómente por aproximação, e por isso se vê que o exemplo explicado rétro, e cuja operação agora se segue, como não sobeja unidade alguma, está a divisão feita exactamente.

Operação.

Dividendo	278:592	}	86:808 Divisor
	18:168		3 Quociente
Dividendo	86:808	}	18:168 Divisor
	14:136		4 Quociente
Dividendo	18:168	}	14:136 Divisor
	4:032		1 Quociente
Dividendo	14:136	}	4032 Divisor
	2:040		3 Quociente
Dividendo	4:032	}	2:040 Divisor
	1:992		1 Quociente
Dividendo	2:040	}	1992 Divisor
	048		1 Quociente
Dividendo	1:992	}	48 Divisor
	72		41 Quociente
	24		
Dividendo	48	}	24 Divisor
	00		2 Quociente

Segue-se agora a operação do que foi explicado no exemplo acima, etc.

Dividendo	86808	}	24 Divisor
	148		3617 Quociente
	40		
	168		
	00		

Este numero quociente he o que fica numerador do quebrado, etc.

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo} \quad 278592 \\
 \quad \quad \quad 38 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 145 \\
 \quad \quad \quad 192 \\
 \quad \quad \quad 00
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 24 \text{ Divisor} \\
 \hline
 11608 \text{ Quociente}
 \end{array} \right.$$

Este numero quociente he o que fica denominador do quebrado; e por esta fórma o quebrado $\frac{16308}{278592}$ se acha reduzido a $\frac{1617}{11608}$: com este exemplo se fica sabendo o como se deve fazer a redução de qualquer fracção ou quebrado de quantos algarismos for, a outro de mais simples expressão, porém que seja da mesma especie, e valor, etc.

As multiplicações, e divisões dos numeros inteiros, acompanhado de fracções, requerem ao menos, para maior facilidade das operações, que os ditos inteiros se reduzão á fórma de quebrados: isto se faz multiplicando o inteiro pelo denominador da fracção, á qual se quer reduzir, e o producto será o numerador.

Por exemplo, querendo reduzir o numero 8 a huma fracção que tenha 5 por denominador, multiplicaremos 8 por 5, e o producto 40 será o numerador donde teremos $\frac{40}{5}$: A razão he, porque havendo de reduzir o numero 8 a quintos, cada unidade se considera composta de 5 partes: logo 8 unidades se converterão em 40 das ditas partes.

Do mesmo modo o numero misto $7\frac{4}{9}$ convertido todo em nove ávos, dará $\frac{67}{9}$, porque o inteiro 7 vale $\frac{63}{9}$; e ajuntando os $\frac{4}{9}$, teremos $\frac{67}{9}$.

Quando se ha de reduzir hum inteiro á fórma de quebrado, e não importa que tenha certo denominador, o mais simples de tudo he tomar para isso a unidade, a qual se subentende sempre como denominador natural de todos os numeros inteiros; porque assim como por $\frac{8}{3}$ entendemos oito terços, e por $\frac{8}{2}$ oito meios, assim por $\frac{8}{1}$ entenderemos oito unidades.

Das mudanças, que se podem fazer nos termos de hum quebrado, sem lhe alterar o valor.

He manifesto que em quantas mais partes se conceber a unidade dividida, tantas mais serão necessarias para representar huma mesma quantidade.

Donde se vê que pôde fazer-se o denominador de huma fracção, duplo, triplo, quadruplo, etc. sem lhe mudar o valor, com tanto que ao mesmo tempo se faça tambem o seu numerador duplo, triplo, quadruplo, etc.

Logo pôde dizer-se em geral, que hum quebrado não muda de valor, quando se multiplicão ambos os seus termos por hum mesmo numero.

Assim $\frac{1}{4}$ he o mesmo que $\frac{2}{8}$, e que $\frac{3}{12}$, etc., e $\frac{1}{2}$ a mesma cousa que $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{10}$, etc.

Por huma razão semelhante se entende, que em quanto menos partes se suppuzer dividida a unidade, tantas menos são necessarias para representar huma mesma quantidade.

Pelo que he manifesto, que sem mudar o valor de hum quebrado, podemos fazer o seu denominador 2, 3, 4, etc. vezes menor.

Donde em geral se póde dizer, que hum quebrado não muda de valor todas as vezes que ambos os seus termos se dividem por hum mesmo numero.

Para se ver distintamente a verdade destas duas proposições basta reflectir sobre as noções, que ficão ditas do numerador, e denominador.

Pelo que devemos notar, que multiplicar, ou dividir os termos de hum quebrado por hum mesmo numero, he cousa muito diversa do que multiplicar ou dividir o mesmo quebrado; porque as ditas operações se fazem, sem lhe mudar de valor, como já fica declarado.

Os dous principios, que acabamos de expôr, servem de base ás duas reduções seguintes, que são de grande uso na prática dos quebrados.

Reducção dos Quebrados ao mesmo denominador.

Para reduzir duas fracções ao mesmo denominador, multiplicar-se-hão os dous termos da primei-

ra pelo denominador da segunda, e os dois termos desta pelo denominador daquella.

Supponhamos por exemplo, que temos para reduzir ao mesmo denominador os dois quebrados $\frac{2}{7}$, e $\frac{1}{4}$.

Primeiramente multiplicaremos os dois termos da primeira fracção 2, e 3 pelo denominador da segunda 4, e teremos $\frac{8}{12}$ que he do mesmo valor que $\frac{2}{3}$: depois multiplicaremos os dois termos da segunda 3, e 4 pelo denominador da primeira 3, e resultará $\frac{2}{12}$ do mesmo valor que $\frac{1}{3}$; e assim as fracções $\frac{2}{3}$, e $\frac{1}{3}$ serão mudadas em $\frac{8}{12}$, e $\frac{2}{12}$ que tem respectivamente o mesmo valor, e se achão reduzidas ao mesmo denominador.

He facil o vér que por este methodo terão sempre as novas fracções o mesmo denominador, porque em cada huma das operações se fórma este da multiplicação dos denominadores primitivos.

Sendo mais de duas as fracções, reduzir-se-hão ao mesmo denominador, multiplicando os dois termos de cada huma pelo producto dos denominadores de todas as outras.

Tendo v. g. para reduzir ao mesmo denominador estas quatro fracções $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$.

Primeiramente multiplicaremos os dois termos da primeira 2, e 3 pelo producto dos denominadores das outras 4, 5, e 7, producto que acharemos, multiplicando primeiro 4 por 5, e o seu producto 20 por 7, que dá 140: assim multiplican-

do 2, e 3 por 140, teremos os productos 280, e 420, dos quaes resultará a fracção $\frac{280}{420}$, que he do mesmo valor que $\frac{2}{3}$: depois multiplicaremos os dois termos da segunda 3, e 4 pelo producto dos denominadores das outras, 3, 5, e 7, isto he, por 105, e teremos a fracção $\frac{115}{420}$ igual a $\frac{2}{3}$; passando á terceira, multiplicaremos os seus termos 4, e 5 por 84, producto dos tres denominadores das outras 3, 4, e 7; e teremos a fracção $\frac{116}{420}$ em lugar de $\frac{4}{5}$: e na quarta em fim multiplicaremos ambos os seus termos 5, e 7 por 60, que he o producto dos denominadores 3, 4, 5 das tres primeiras, e teremos $\frac{100}{420}$ em lugar de $\frac{5}{7}$.

Deste modo temos convertido as quatro fracções $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$, nestas quatro $\frac{280}{420}$, $\frac{115}{420}$, $\frac{116}{420}$, e $\frac{100}{420}$, menos simples na verdade, mas do mesmo valor que ellas, e pela razão de serem reduzidas ao mesmo denominador, mais susceptiveis das operações da addição e subtracção, como ao diante mostraremos.

He manifesto pela mesma operação da redução, que as fracções que resultão, são respectivamente iguaes ás fracções dadas, porque em cada uma destas se multiplicão ambos os termos por hum mesmo numero; e como o denominador de cada huma das novas fracções he formado do producto de todos os denominadores primitivos, não podem deixar de ficarem todas com o mesmo commum denominador.

Como pelo methodo antecedente se reduzem

sim os quebrados ao mesmo commum denominador, mas nem sempre ao mais simples que elles podem ter, pela qual razão seria necessaria outra reduccão, e essa muito trabalhosa, para os trazer á maior simplicidade que permite a condição de ficarem com a mesma denominação, será muito conveniente procurar, que logo se reduzão ao mais pequeno denominador commum que he possivel, isto se conseguirá, praticando da maneira seguinte.

Se os denominadores dos quebrados, que se hão de reduzir á mesma denominação, cada hum dos quaes se suppõem abbreviado aos seus menores termos, não tiverem divisor commum, a reduccão se praticará simplesmente da maneira acima declarada; e o denominador commum que se achar, será o menor, que os ditos quebrados podem ter.

Porém se os denominadores tiverem divisor commum, dividir-se-hão todos por elles, ou pelo maior delles, quando forem muitos; e os quebrados se converterão em outros tantos, que serão de diferente valor; mas depois se restituirão ao mesmo: estes se reduzirão á mesma denominação, conforme a regra acima dada; e o denominador commum delles se multiplicará pelo mesmo divisor, pelo qual forão divididos os denominadores primitivos: deste modo se tornarão a fazer os quebrados reduzidos iguaes aos quebrados da questão, e ficarão além disso com o menor denominador commum que he possivel.

Quando sómente alguns dos denominadores tiverem divisor commum, por elle se dividirão os ditos denominadores, e se multiplicarão tambem os numeradores dos outros quebrados, cujos denominadores por elles se não podem dividir, e assim se formarão huns novos quebrados subsidiarios, que se hão de reduzir ao mesmo denominador, o qual se multiplicará pelo dito divisor, para se restituirem ao valor dos quebrados propostos: do mesmo modo, quando todos os denominadores primitivos tem divisor commum, e feita a divisão, resultão quebrados, nos quaes alguns denominadores ainda tem divisor entre si, sobre elles se praticará o mesmo que no caso antecedente, e assim por diante; e no fim, o denominador commum dos quebrados reduzidos se multiplicará pelo producto de todos os divisores, que successivamente se empregarão: os exemplos seguintes mostrarão claramente a praxe destas regras.

Exemplo I.

Querendo reduzir á mesma denominação os dous quebrados $\frac{5}{18}$, $\frac{7}{27}$, como os denominadores 18, e 27 tem o maior divisor commum 9, partillos hemos por 9 ambos, e resultarão os dous quebrados $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$; os quaes, sendo reduzidos ao mesmo denominador, darão $\frac{15}{6}$, $\frac{14}{6}$; e multiplicando o denominador commum delles 6 pelo divisor 9, se mudarão

em $\frac{15}{54}$, $\frac{14}{54}$, quebrados iguaes aos da questão, e os mais simples que são possíveis: se a redução se fizesse ao modo ordinario, em lugar delles achariamos $\frac{15}{436}$, $\frac{14}{436}$.

Exemplo II.

Havendo de reduzir ao mesmo denominador os quebrados $\frac{1}{26}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{4}{30}$; como os denominadores 26, 13, 30 tem o divisor commum 13, por elle os dividiremos todos, e resultaráõ os quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{4}{15}$, sobre os quaes praticaremos a redução: feita esta, acharemos que se reduzem a $\frac{1}{6}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{8}{6}$; e multiplicando o denominador commum 6 pelo divisor 13, ficarão os quebrados propostos reduzidos a $\frac{1}{78}$, $\frac{12}{78}$, $\frac{8}{78}$ com o menor denominador commum que he possível: se praticassemos a regra ordinaria, achariamos $\frac{507}{13132}$, $\frac{2028}{13132}$, $\frac{1152}{13132}$.

Exemplo III.

Se tivermos de reduzir á mesma denominação os quebrados $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{1}{10}$, como os tres denominadores 7, 15, 30 não tem divisor commum, mas tem sómente os dous ultimos, estes se dividirão pelo seu maior divisor 15, e pelo mesmo se multiplicará o numerador 2 do primeiro quebrado, cujo denominador não podemos dividir: assim resultaráõ outros tres quebrados $\frac{20}{7}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{1}{15}$, sobre os quaes

executaremos a reduçãõ : feita a qual, acharemos que se reduzem a $\frac{60}{14}$, $\frac{56}{14}$, $\frac{7}{14}$; e multiplicando o denominador 14 pelo divisor 15, ficarãõ os quebrados da questãõ reduzidos a $\frac{60}{210}$, $\frac{56}{210}$, $\frac{7}{210}$: se obrassemos do modo ordinario, achariamos $\frac{900}{7150}$, $\frac{840}{7150}$, $\frac{105}{7150}$.

Exemplo IV.

Pede-se que reduzamos ao mesmo denominador os quebrados $\frac{3}{11}$, $\frac{7}{55}$, $\frac{5}{77}$, $\frac{1}{154}$: primeiramente, como todos os denominadores sãõ divisiveis por 11, feita a divisãõ, mudaremos os quebrados em $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{14}$, depois, como nestes ultimos, os denominadores 7, e 14 ainda tem o divisor commum 7, por elle os dividiremos, e pelo mesmo multiplicaremos os numeradores 3, e 7, cujos denominadores se nãõ poderãõ dividir; e assim resultarãõ novamente os quebrados $\frac{21}{5}$, $\frac{49}{5}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{1}{2}$, sobre os quaes praticaremos a reduçãõ : feita a operaçãõ acharemos que se reduzem a $\frac{210}{10}$, $\frac{98}{10}$, $\frac{50}{10}$, $\frac{5}{10}$; e multiplicando o denominador commum 10 por 77, que he o producto dos divisores 7, e 11, teremos os quebrados da questãõ reduzidos respectivamente a $\frac{210}{770}$, $\frac{98}{770}$, $\frac{30}{770}$, $\frac{5}{770}$, da fôrma mais simples que he possivel: se neste caso usassemos da regra ordinaria, achariamos, $\frac{1256570}{7174090}$, $\frac{911066}{7174090}$, $\frac{465850}{7174090}$, $\frac{463850}{7174090}$, quebrados muito compostos, que carecerião de huma operaçãõ muito trabalhosa, para se reduzirem á simplicidade da primeira fôrma,

sendo para isso necessario procurar primeiro o maior divisor commum entre o denominador, e os quatro numeradores, como abaixo se mostrará.

Reducção dos quebrados á expressão mais simples que he possivel.

Huma fracção he tanto mais simples quanto os seus termos são menores: muitas vezes he possivel reduzir huma fracção dada a menores termos, e isto succede todas as vezes que o numerador, e denominador se podem dividir ambos por hum mesmo numero: como esta operação não lhe altera o valor, he huma simplificação que se não deve omitter, pois não sómente contribue para a elegancia da expressão, mas tambem para se formar melhor conceito do seu valor; porque sem embargo de que v. g. a fracção $\frac{27}{63}$ tem o mesmo valor que $\frac{1}{7}$, por esta segunda com tudo se fórma huma idéa mais clara da quantidade que por ambas ellas se representa, não se distrahiendo a attenção com tão grande numero de partes, como na primeira.

Para se fazer pois a resolução presente, ou para abbreviar quebrados, eis-aqui o methodo que se ha de seguir.

Primeiramente dividir-se-hão ambos os termos por 2, e esta operação se continuará em quanto se puder fazer sem resto: depois se passará a dividir por 3, e dahi por 5, 7, 11, 13, 17, etc., isto he,

por todos os numeros primos, que são aquelles, que não tem divisor exacto, senão a si mesmos, ou a unidade.

A unica difficuldade, que se offerece neste methodo, he saber quando se póde dividir sem resto por 2, 3, 5, etc. : para não fazer de balde a divisão; para isso ajudarão muito os principios seguintes.

Todo o numero, cuja ultima letra á direita significa numero pár, he divisivel por 2.

Todo o numero, cujos algarismos somados fizerem 3, ou hum numero multiplo de 3, he divisivel por 3: assim v. g., o numero 54231 póde dividir-se exactamente por 3, porque a soma dos seus algarismos 5, 4, 2, 3, 1 faz 15, que he multiplo de 3, pois contém 5 vezes 3 exactamente: do mesmo modo, se a soma dos algarismos fizer 9, ou hum multiplo de 9, será o numero devisivel por 9.

Todo o numero que acabar em 0, ou em 5, será devisivel exactamente por 5.

E todo o numero, cujos algarismos das casas impares da direita para a esquerda fizerem huma soma igual á dos algarismos das casas pares, ou tambem desigual, com tanto que a differença das duas somas seja 11, ou hum multiplo de 11, será devisivel por 11: assim será devisivel por 11 o numero 89452, porque as letras das casas impares 2, 4, 8 fazem a mesma soma que as letras das casas pares 5, e 9: do mesmo modo o numero 8452719 será devisivel por 11, porque as letras das casas

pares 9, 7, 5, 8 fazem a soma 29; e as das impares 1, 2, 4, a soma 7; sendo a differença das duas somas 22, que he multiplo de 11.

Em quanto ao numero 7, e aos mais primos, ainda que seria facil achar regras semelhantes, como o exame que ellas supõem, seria mais trabalhoso que a mesma divisão, melhor he que esta se experimente.

Supponhamos v. g. que queremos abbreviar o quebrado $\frac{2016}{5796}$: Primeiramente dividiremos ambos os termos por 2, porque ambos elles acabão em algarrismo pár, e teremos $\frac{1008}{2898}$: depois tornaremos a dividir por 2, e resultará $\frac{504}{1449}$: e porque não pôde mais fazer-se a divisão por 2, e pelo que fica dito se vê que pôde fazer-se por 3, dividiremos por 3, e teremos $\frac{168}{483}$: tornando a dividir por 3, resultará $\frac{56}{161}$; e porque não pôde mais caber a divisão por 3, experimentaremos por 7; e como succede sem resto, ficará o quebrado proposto finalmente reduzido a $\frac{8}{23}$.

A razão, por que nesta operação não experimentamos a divisão senão pelos numeros primos 2, 3, 5, 7, etc. he porque depois de exaurida v. g. a divisão por 2, he escusado tentalla fazer por 4; por quanto se esta pudesse fazer-se sem resto, muito melhor se poderia fazer aquella.

De todos os meios que se podem applicar para abbreviar hum quebrado, o mais directo he dividir logo ambos os seus termos pelo maior divisor

commum, que elles podem ter: eis-aqui a regra para o achar.

Divida-se a termo maior pelo menor: se esta divisão se fizer sem resto, o termo menor será o maior divisor commum de ambos elles: ficando porém algum resto, por elle se dividirá o termo menor que servio de divisor na operação antecedente: então senão houver resto, o resto precedente, que servio de divisor, será o maior divisor que se busca; e se houver resto, por elle se dividirá o que foi divisor na operação antecedente, e assim por diante até chegar a huma divisão exacta; e o divisor della será o que se busca: se o divisor da ultima operação for a unidade, he sinal de que a fracção não póde reduzir-se a menores termos.

Supponhamos v. g. que temos para abbreviar o quebrado $\frac{1760}{9024}$: Primeiramente buscaremos o maior divisor commum de ambos os termos, dividendo 9024 por 3760, donde virá o quociente 2, e o resto 1504: por este resto dividiremos 3760, e teremos o quociente 2, e o resto 752, pelo qual dividiremos o resto precedente 1504; e como esta divisão se faz exactamente, será o divisor della 752 o maior divisor commum dos termos do quebrado proposto, o qual por consequente, feita a divisão, se reduzirá a $\frac{5}{12}$.

E com effeito pela operação achamos, que 752 he divisor exacto de 1504: logo tambem o he de 3760, que se compõe de duas vezes 1504, e

hum vez 752; e por conseguinte o deve ser igualmente de 9024, que se compõe de duas vezes 3760, e hum vez 1504.

Além disto he facil de ver, que 752 he o maior divisor commum que podem ter os numeros 9024, e 3760; porque não pôde haver divisor commum entre 9024, e 3700, que o não seja ao mesmo tempo entre 3760, e 1504, nem tambem entre estes dous, sem que o seja igualmente entre 1504, e 752; porém he evidente, que entre estes dous ultimos numeros não pôde haver maior divisor commum, do que 752: logo, etc.

Se forem mais que dous os numeros, entre os quaes devemos achar maior divisor, usaremos do methodo seguinte.

Busque-se o maior divisor commum entre o primeiro, e o segundo, entre o segundo, e terceiro, entre este, e o quarto, etc. de qualquer sorte que os numeros estiverem dispostos: pratique-se o mesmo sobre os divisores achados, e assim por diante até chegar a hum só divisor, o qual será finalmente o maior divisor commum dos numeros propostos: se em alguma parte da operação sahirem dous ou mais divisores iguaes, hum deles somente se tomará para a operação seguinte; e se todos alguma vez sahirem iguaes, será escusado continuar a operação, porque ella virá acabar em hum divisor igual a elles, se se levar ao fim conforme a regra, e por conseguinte qualquer delles será o maior

divisor que intentamos achar: encontrando-se na operação dous numeros quaesquer que sejam, os quaes não tenham divisor commum senão a unidade, tambem os numeros proposto, o não terão.

Exemplo.

Pede-se o divisor maior commum dos numeros 7174090, --- 1956570, --- 913066, ---- 465850, --- 46585: primeiramente buscaremos o maior divisor commum entre o primeiro, e o segundo, entre o segundo, e o terceiro, etc. e acharemos os numeros, ---- 652190, ---- 130438, ---- 18634, ---- 46585: depois, sobre estes, faremos a mesma operação, e sahirão os divisores, ---- 130438, ---- 18634, ---- 9317: sobre estes praticaremos do mesmo modo, e sahirão os divisores, ---- 18634, ---- 9317; e finalmente, achando o maior divisor commum destes dous ultimos, que he 9317, este será o maior divisor commum dos cinco numeros propostos.

Outro modo de considerar os quebrados, e consequencias que delle resultão, etc.

A idéa que até agora temos dado dos quebrados he, que o denominador mostra de quantas partes se suppõem composta a unidade, e o numerador de quantas dessas partes consta a quantidade, que pelo quebrado se representa.

Agora mostraremos como se podem tomar em outro ponto de vista: póde o numerador considerar-se como representando huma certa quantidade que se ha de repartir em tantas partes quantas são as unidades do denominador para se tomar huma dellas.

Assim v. g. no quebrado $\frac{4}{5}$ póde considerar-se o numerador 4 como representando quatro cousas, v. g. libras, que se hão de repartir em cinco partes para se significar huma dellas; porque he evidente que tanto faz dividir quatro libras em cinco partes para tomar huma dellas, como dividir a libra em cinco partes para tomar quatro.

Pelo que póde considerar-se o numerador de hum quebrado como hum dividendo, e o denominador como hum divisor; e por isto se vé o que querem dizer os restos da divisão reduzidos ao modo fraccionario que acima lhes démos.

Donde se segue que hum numero inteiro póde sempre reduzir-se a huma expressão fraccionaria, fazendo delle o numerador, e dando lhe a unidade por denominador: assim 3 e $\frac{1}{1}$, 5 e $\frac{5}{1}$ representão huma mesma cousa.

Segue-se tambem que para converter em dizima qualquer quebrado, não he necessario mais do que considerar o numerador como hum resto de divisão, em que o denominador tenha servido de divisor, e obrar como acima fica declarado, tendo a advertencia de por huma cifra primeiro na ca-

sa das unidades, deste modo se achará que $\frac{1}{4}$ vale 0, 6: que $\frac{1}{2}$ vale 0, 5555, etc, que $\frac{1}{3}$ vale 0, 04; e assim dos mais, etc.; desta maneira se podem tambem reduzir á dizima, os numeros complexos.

Se, por exemplo, quizermos reduzir tres toezas, cinco pés, oito pollegadas e sete linhas, as partes decimaes da toeza, de modo que se não despreze ametade de huma linha, observaremos que a toeza contém 864 linhas, e por conseguinte 1728 meias linhas; pelo que, para não desprezar ametade de huma linha, será necessario que a dizima passe da casa dos millesimos, ou que chegue até os decimos millesimos.

Devem-se lembrar agora que a toeza se divide em seis pés de rei, cada pé de rei em 12 pollegadas, e contém mais huma linha: cada pollegada se divide em 12 linhas, e cada linha se divide em 12 meias linhas, e tambem se divide cada linha em 10 pontos, etc.

Tambem já foi ponderado as que se deve indicar com letras iniciaes qualquer conta que deva conter subdivisões, v. g. se quizermos reduzir 3^t, 5^p, 8^p, 7, 1 a partes decimaes da toeza, de modo que se não despreze ametade de huma linha, vem a ser o sobredito tres toezas, cinco pés, oito palmos, e sete linhas, etc.

Para se fazer esta sobredita redução, deve-se observar que a toeza contém 864 linhas, e o mais que acima fica ponderado, etc.

Isto supposto, converteremos 5, 8, 7, 1 tu-

do a linhas, e acharemos $8521, ou $\frac{8521}{864}$ de huma toeza; e reduzindo este quebrado á dizima, como acima dissemos, resultará $0,9525$, e por conseguinte o numero propozto ficará reduzido a 3^t_9525 .$

As fracções particulares da dizima podem reduzir-se ás ordinarias de dous modos diversos.

Porque, em primeiro lugar, se as quizermos conservar na fórma decimal, reduzir-se-hão á maneira dos numeros inteiros, cuja natureza imitão: se v. g. quizermos pôr em figura de quebrado esta expressão 022 , bastará escrever $\frac{022}{1}$; e se a quizermos reduzir ao denominador 7, praticando como nos inteiros, teremos $\frac{161}{7}$.

Querendo porém tirar-lhes a fórma decimal, as letras da dizima servirão de numerador, e para denominador se tomará a unidade com tantas cifras ao diante, quantas erão as casas da dizima: assim 023 he o mesmo que $\frac{23}{100}$, $0,0071$, o mesmo que $\frac{71}{10000}$ etc.

Póde além disto reduzir-se facilmente a hum quebrado ordinario a mesma dizima continuada ao infinito, com tanto que depois de certos intervallos tornem a vir as mesmas letras, e pela mesma ordem; dizima que chamamos periodica: deste modo he a expressão $0,321321321$, etc. na qual se suppõe o periodo dos taes algarismos 321 repetido infinitamente.

III E com effeito se os períodos começarem logo

desde a virgula, tomar-se-ha hum delles para numerador, e o denominador será hum numero composto de tantos 9, quantas forem as casas de cada periodo: assim acharemos que $0, 321321321$, etc. vale exactamente $\frac{321}{999}$; que $0, 13201320132$, etc. vale o mesmo que $\frac{132}{999}$; e que $0, 777777$, etc. fracção igualmente periodica, cujos periodicos constão de huma só letra, se reduz a $\frac{7}{9}$.

Porém se os periodicos não começarem logo desde a virgula, será sempre o denominador composto de tantos 9, como são as casas de cada periodo, mas esses seguidos de tantas cifras quantas são as casas decimaes, antes do primeiro periodo; e para acharmos o numerador, multiplicaremos as letras antecedentes ao primeiro periodo pelo denominador, no qual não attenderemos ás cifras que lhe ajuntarão; e ao producto ajuntaremos hum dos periodos: para reduzir-se v. g. a hum quebrado ordinario esta expressão $1, 357121212$, etc. como cada periodo consta de duas letras, e antes do primeiro se achão tres casas de dizima, será o denominador 99000 ; e multiplicando os algarismos 1357 , que procedem ao primeiro periodo pelo denominador 999 , cortadas as cifras, teremos o producto 134343 ; ao qual, ajuntando o periodo 12 , será o numerador 134355 ; e por conseguinte o quebrado que se busca $\frac{134355}{99000}$: do mesmo modo acharemos que $0, 00473473473$, etc. se reduz a $\frac{473}{99900}$; que $0, 633333$, etc. vale $\frac{57}{90}$: assim dos mais, etc.

Reduzir hum quebrado ao outro quebrado, que tenha hum denominador determinado.

Exemplo.

Temos para reduzir o quebrado $\frac{7}{8}$ ao denominador determinado 15.

Explicação.

Multiplica-se o numerador 5 pelo denominador 15; e o producto desta multiplicação se divide pelo denominador 8 do sobredito quebrado, e o resultado será o que se procura, etc.

Queremos saber $\frac{2}{5}$ de huma vara portugueza quantos palmos fazem.

Deve-se logo advertir que cada huma destas varas se divide, ou contém cinco palmos; e assim $\frac{2}{5}$ multiplicados por 5 fazem $\frac{2}{1}$; por quanto se deve multiplicar o numerador do quebrado pelo inteiro, e o resultado desta multiplicação, que, como disse, são dez quintos, bem se vê que he igual a dois inteiros; por quanto o denominador 5 entra duas vezes no numerador 10.

Queremos saber $\frac{6}{7}$ de hum pé quantos decimos, e centesimos fazem.

Explicação.

Sabendo-se que cada pé tem palmo e meio, que são 15 decimos, multiplica-se 6 por 15, e resulta 90, que são $\frac{90}{7}$: segue-se o observar quantas vezes o denominador 7 entra no numerador 90; e vendo-se que entra 12 vezes, e sobejão 6, diremos que $\frac{90}{7}$ he igual a doze decimos, e seis setimos de hum decimo.

Querendo saber-se quantos centesimos são estes $\frac{6}{7}$, deve-se multiplicar por 10, e resulta 60 setimos: os 7 denominadores entra nos 60 numerador 8 vezes, que são 8 centesimos, e sobejão 4, que são $\frac{4}{7}$ de hum centesimo; e assim se continuará, querendo fazer a conta aos millesimos, etc.; e por tanto se vem a conhecer por esta conta, que $\frac{6}{7}$ de hum pé fazem 12 decimos, 8 centesimos e $\frac{4}{7}$ de hum centesimo, etc.

Queremos saber quantos tostões, e reaes fazem tres quartos de hu ma moeda de ouro.

Explicação.

Deve-se advertir que hu ma moeda de ouro

são quarenta e oito tostões; e por isso deve-se multiplicar os $\frac{1}{4}$ por 48, na fórmula que fica já explicado, e resulta $\frac{144}{4}$, que he igual a 36 inteiros, que são os tostões, os quaes multiplicados por 100, que são os reis em que se divide cada tostão, vem-se a conhecer que os $\frac{1}{4}$ da moeda de oiro são 36 tostões, ou sejam 3600 reis.

Reduzir hum numero inteiro dado a hum quebrado, que tenha hum dado denominador.

Exemplo.

Seja o numero inteiro dado 36, e o denominador dado seja 4.

Explicação.

Deve-se multiplicar o denominador 4 pelo numero inteiro 36; e o resultado desta multiplicação fica por numerador; e por denominador, o numero dado 4; de sorte que vem a ser o quebrado de $\frac{144}{4}$ igual a 36 inteiros.

Somar quebrados.

Se, por exemplo, tivermos para somar quebrados, que tenham o mesmo denominador, nada mais se deve fazer, do que somar os numeradores; e que-

rendo saber quantos inteiros fazem, he observar quantas vezes o denominador entra no numerador; e se sobejar algum resto, serão quebrados.

I. Operação.

$\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$ somão $\frac{12}{7}$, que he igual a 4 inteiros.

II. Operação.

$\frac{2}{7}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{5}{7}$, somão $\frac{10}{7}$ que he igual a 1, e $\frac{3}{7}$.

Exemplo segundo.

Somar quebrados com diversos denominadores.

Primeiramente se hão de reduzir ao mesmo denominador como acima fica dito; e depois se fará a soma, como no primeiro exemplo acima referido, etc.

I. Operação

Sejão os quebrados que se querem somar $\frac{2}{9}$, e $\frac{5}{6}$, devem-se reduzir ao mesmo denominador, e resulta $\frac{42}{54}$, e $\frac{45}{54}$: somão-se os dous numeros, e resulta $\frac{87}{54}$, igual a 1, e $\frac{11}{54}$.

II.

Devendo-se somar os seguintes quebrados, $\frac{5}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{8}{9}$, deve se primeiramente reduzir os dous primeiros quebrados $\frac{5}{2}$, e $\frac{1}{4}$ a um commum denominador, e ficão em $\frac{20}{24}$, e $\frac{18}{24}$: segue-se agora para a continuação da redução o multiplicar $\frac{18}{24}$ por $\frac{3}{9}$, e resulta $\frac{162}{216}$, e $\frac{122}{216}$: segue-se agora o multiplicar $\frac{20}{24}$ por $\frac{8}{9}$, e resulta $\frac{180}{216}$, e $\frac{122}{216}$: somão os tres numeradores 162, 192, 180, $\frac{514}{216}$ que faz 2 inteiros, e $\frac{102}{216}$.

III.

Tenho, por exemplo, para somar os quebrados $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{5}$, transformaremos primeiro os ditos quebrados em $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, e $\frac{48}{60}$: depois buscaremos a sua soma que he $\frac{133}{60}$, ou 2, e $\frac{13}{60}$.

De diminuir quebrados.

Se os quebrados tiverem os mesmos denominadores, diminuindo-se os numeradores, está feita a operação como para diminuirmos $\frac{5}{9}$ de $\frac{8}{9}$ tiramos o numerador 5 do numerador 8; e ao resto 3, daremos o mesmo denominador 9, donde será o resto que buscamos $\frac{3}{9}$, que se reduz a $\frac{1}{3}$.

Porém se os quebrados tiverem diversos denominadores, como, por exemplo, $\frac{5}{7}$ e $\frac{27}{16}$, deve-se multiplicar em cruz os dous quebrados, e reduzirem-

se ao mesmo denominador, na fórma que já foi explicado; e depois, diminuidos os numeradores, está feita a operação.

Exemplo I.

Resta $\frac{1}{5}$, e $\frac{27}{12}$ igual a $\frac{288}{124}$, $\frac{74}{124}$: quem de 288 tira 243, resta $\frac{45}{124}$.

Exemplo II.

Diminuir hum quebrado da unidade.

Explicação.

Temos o quebrado $\frac{2}{3}$, que se deve diminuir do numero 4: deve-se multiplicar o numero inteiro 4 pelo denominador do quebrado 3, e se reduz a hum outro quebrado de $\frac{12}{3}$; e como temos dous quebrados de $\frac{12}{3}$, e de $\frac{2}{3}$, que são do mesmo denominador, diminuem-se os numeradores, e achamos sobejar $\frac{10}{3}$; e examinando quantas vezes entra o denominador 3 em 10, achamos entrar 3 vezes, e sobejar 1, que vem a ser 3 inteiros, e $\frac{1}{3}$.

Exemplo III.

Diminuir hum numero inteiro de hum numero inteiro com hum quebrado.

Temos, por exemplo, o numero inteiro 8 para diminuir do numero inteiro 5 para diminuir do numero inteiro 8, e mais hum quebrado $\frac{1}{4}$.

Explicação.

Converte-se o numero inteiro com o quebrado a hum quebrado, multiplicando-se o numero inteiro 8 pelo denominador do quebrado 4, e ajunta-se o numerador 3, dizendo-se 8 vezes 4 são 32, e 3 fazem 35: faz se hum quebrado $\frac{35}{4}$: depois multiplica-se o numero inteiro 5 pelo denominador 4, e se reduz a outro quebrado de $\frac{20}{4}$: diminuem-se os numeradores, e se observa que quem de 35 tira 20, resta 15, que são $\frac{15}{4}$; e examinando-se quantas vezes o denominador 4 entra no numerador 15, se conhece que são 3 inteiros $\frac{3}{4}$ e que he quanto sobeja a quem de $8\frac{1}{4}$, tira 5.

Exemplo IV.

Diminuir hum numero inteiro com hum quebrado de outro numero inteiro com hum quebrado.

Temos, por exemplo, para diminuir $2\frac{1}{2}$ de $3\frac{2}{3}$.

Explicação.

Deve-se reduzir 3, e $\frac{2}{3}$ a hum quebrado na fórma que já se explicou acima, e vem a ficar em $\frac{11}{3}$: depois faz-se o mesmo com o outro $2\frac{1}{2}$ da mesma fórma, e vem a ficar reduzido a $\frac{5}{2}$: depois reduzem-se estes dous quebrados ao mesmo denominador, fazendo-se a operação já explicada, e vem a ficar em $\frac{22}{6}$, e $\frac{15}{6}$: depois diminuem-se os numeradores; e quem de 22 tira 15, fica 7 que são $\frac{7}{6}$ igual a 1 inteiro, e $\frac{1}{6}$ sendo isto o que sobeja a quem de 3, e $\frac{1}{2}$ tira $2\frac{2}{3}$.

Exemplo V.

Temos para diminuir $4\frac{2}{3}$ de $9\frac{5}{8}$.

Explicação.

Se de $9\frac{5}{8}$ quizermos tirar $4\frac{2}{3}$, como $\frac{2}{3}$ não podem diminuir-se de $\frac{5}{8}$ tomaremos huma unidade do inteiro 9, a qual reduzida a oitavos, e somada com $\frac{5}{8}$ faz $\frac{13}{8}$: então tirando $\frac{7}{8}$ de $\frac{13}{8}$ ficarão $\frac{6}{8}$, e tirando 4 de 8 (attendendo-se á unidade já tirada do numero 9) ficarão 4: e assim será o resto total $4\frac{6}{8}$, ou, 4 e $\frac{3}{4}$.

Advertencia.

O cálculo dos quebrados se pratica por meio das mesmas quatro operações, que já temos mostra-

do nos numeros inteiros : as duas primeiras de somar, e diminuir quebrados requerem pela maior parte huma operação preparatoria, como fica demonstrado : as outras duas de multiplicar, e repartir quebrados não carecem de preparação alguma, etc.

De multiplicar quebrados.

Exemplo I.

Multiplicar hum quebrado por outro quebrado.

Explicação.

Suppomos ter o quebrado $\frac{2}{3}$ para se multiplicar por $\frac{5}{4}$.

Multiplicação-se os numeradores 2 por 5, e os 6, que resultão, fica numerador: multiplicação-se depois os numeradores 5 por 4, e os 20, que resulta, fica denominador, e assim $\frac{2}{3}$ multiplicados por $\frac{5}{4}$ resultão $\frac{10}{12}$.

Fica bem eydente que a multiplicação dos quebrados se faz, multiplicando-se os dous numeradores hum pelo outro, e da mesma sorte os denominadores: o producto dos primeiros será o numerador, e o dos segundos o denominador do producto que se busca.

Temos para multiplicar $\frac{4}{5}$ por $\frac{3}{7}$ ha de resultar $\frac{12}{35}$.

Para se entender a razão desta regra he necessario trazer á lembrança, que multiplicar dous numeros he tomar hum delles tantas vezes, quantas são as unidades do outro: em virtude desta mesma definição, multiplicar $\frac{4}{5}$ por $\frac{2}{3}$ vem a ser o mesmo que tomar $\frac{2}{3}$ de huma vez o quebrado $\frac{4}{5}$, ou tomar 2 vezes a terça parte de $\frac{4}{5}$ multiplicando pois 5 por 3, os quintos de $\frac{4}{5}$ se mudão em 15 ávos, isto he, em partes tres vezes menores; e multiplicando 4 por 2, tomão-se duas vezes essas novas partes: logo toma-se duas vezes a terça parte de $\frac{4}{5}$, e por conseguinte se multiplica effectivamente $\frac{4}{5}$ por $\frac{2}{3}$.

Exemplo II.

Multiplicar quebrado por inteiro, ou inteiro por quebrado.

Explicação.

Para se executar esta operação deve-se reduzir o inteiro a quebrado, dando-se-lhe a unidade por denominador, e então a operação se faz segundo a regra geral acima declarada da multiplicação dos dous quebrados, etc.

Seja o numero 9 que se quer multiplicar por $\frac{2}{7}$: reduziremos o numero inteiro 9 á forma de quebrado $\frac{9}{1}$; e multiplicando $\frac{9}{1}$ por $\frac{2}{7}$, acharemos o producto $\frac{18}{7}$, o qual se reduz a 5, e $\frac{1}{7}$.

Seja o quebrado $\frac{5}{8}$ que se quer multiplicar pelo numero inteiro 8.

Multiplica-se o numerador do quebrado 5 pelo inteiro 8, e resulta 40: veja-se quantas vezes entra 6 em 40, e achamo' ser 6, e sobejar 4: pelo que vem a resultar desta multiplicação 6 inteiros, e $\frac{4}{8}$.

Donde se vé que para multiplicar inteiro por quebrado, ou quebrado por inteiro, a operação se reduz a multiplicar o inteiro pelo numerador do quebrado.

Exemplo III.

Da multiplicação dos numeros mixtos.

Se forem mixtos os numeros que se hão de multiplicar, isto he, se forem compostos de inteiro, e quebrado, cada hum dos inteiros se reduzirá á denominação do seu quebrado, e se somará com elle, praticando-se a mesma regra já exposta.

Multiplicar inteiro com quebrado por inteiro.

Temos por supposição 3, e $\frac{2}{7}$ para multiplicar pelo numero inteiro 4.

Deve-se logo reduzir o numero inteiro 3 com o quebrado $\frac{2}{7}$ a hum quebrado de $\frac{21}{7}$: depois se deve multiplicar este quebrado pelo numero inteiro 4: o que se faz, multiplicando o numero 4 pelo nu-

merador 3 , e vem a ficar $\frac{6}{5}$; deve-se agora observar quantas vezes entra o denominador 5 no numerador 6 , e acha-se que entra 1 vez, e sobeja 1 ; e assim os $\frac{6}{5}$, multiplicados por 4 , produz 3 inteiros, e 3 quintos, $3\frac{3}{5}$.

Exemplo IV. e segue, etc.

Multiplicar hum numero inteiro com hum quebrado por hum numero inteiro com hum quebrado.

Temos, por exemplo, para multiplicar o numero 4 , e $\frac{2}{3}$ pelo numero 6 , e $\frac{1}{4}$.

Deve-se logo reduzir os 4 , e $\frac{2}{3}$ a hum quebrado, que vem a ser $\frac{14}{3}$; e o numero 6 , e $\frac{1}{4}$ a outro quebrado, que vem a ser $\frac{27}{4}$; multiplicação-se estes numeradores, e resulta hum quebrado que tem por numerador o resultado desta multiplicação, que he 378 ; e por denominador o resultado da multiplicação dos dous denominadores 3 , e 4 , que são 12 , o que faz $\frac{378}{12}$; e como o denominador 12 entra no numerador referido 31 vez, e sobeja 6 , vem a resultar da multiplicação de $4\frac{2}{3}$ por $6\frac{1}{4}$, 31 inteiros, e $\frac{6}{12}$ igual a $\frac{1}{2}$.

Se tivermos de multiplicar $12\frac{2}{3}$ por $9\frac{1}{2}$, ha de-se logo reduzir o multiplicando a $\frac{26}{3}$, e o multiplicador a $\frac{19}{2}$, e depois multiplica-se $\frac{26}{3}$ por $\frac{19}{2}$, e resulta $\frac{494}{6}$, o qual se reduz a $122\frac{17}{6}$.

Advertencia.

Na multiplicação dos quebrados póde logo at-

tender-se a que o producto se ache já reduzido aos seus termos mais simples.

Para isso he primeiramente necessario que os mesmos quebrados, que se hão de multiplicar, se reduzão aos menores termos: depois deverá advertir-se se os termos heterogeneos, isto he, o numerador de hum quebrado com o denominador do outro tem algum divisor commum, e por elle se partirão, ou pelo maior delles, quando forem muitos: os quebrados, que deste modo resultarem, se multiplicarão hum pelo outro; e o producto será o mesmo que o dos quebrados propostos, abbreviado aos seus menores termos.

Querendo v. g. multiplicar $\frac{2}{5}$ por $\frac{3}{7}$, reflectiremos que o denominador do primeiro quebrado, e o numerador do segundo podem ambos partir-se por 5, e ficarão reduzidos a 1; e assim conheceremos logo, sem fazer operação alguma, que o producto he $\frac{2}{7}$.

Outro exemplo, se houvermos de multiplicar $\frac{18}{17}$ por $\frac{26}{7}$, observaremos que o numerador do primeiro quebrado com o denominador do segundo tem ambos o divisor maior commum 9: sendo pelo qual divididos, se reduzem a 2, e 7; e que o denominador do primeiro com o numerador do segundo, tambem tem o divisor commum 13, pelo que se reduzem a 1, e 2: deste modo se tornarão os quebrados propostos em $\frac{2}{7}$, e $\frac{2}{7}$, cujo producto $\frac{4}{7}$ he o que se busca, reduzido á fórma mais simples, o qual pela operação ordinaria sahiria nestes $\frac{484}{119}$, que

dário mais trabalho para se reduzirem á simplicidade daquelles.

Exemplo V.

Cada vara de panno custa, por exemplo, 5 moedas de ouro, e $\frac{2}{3}$; quanto custão 14 varas, e 3 palmos.

Explicação.

Descreve-se primeiro as 5 moedas, e $\frac{2}{3}$; e depois sabendo-se que a vara se divide em 5 palmos, descreve-se as varas 14, e $\frac{1}{2}$; segue-se, como já fica declarado, o reduzir-se os numeros inteiros com os quebrados a hum numero quebrado, sendo o seu numerador os numeradores dos dous quebrados multiplicados entre si; e por denominador, os denominadores dos ditos, multiplicados hum por outro: depois ha de ser dividido o dito numerador total pelo seu total denominador, e o resultado serão as moedas de ouro; e o resto que sobejar, deve-se multiplicar pela sua consecutiva divisão, que neste caso faremos a sua divisão em réis; e se por acaso houvesse mais alguma divisão dos réis, como v. g. se cada hum real se dividisse em 5, ou outro qualquer numero, então devia-se multiplicar o que sobejasse da divisão pelo numero 5, ou o que fosse; e o resultado devia-se dividir pelo primeiro denominador da mes-

ma sorte como já foi dito, e será explicado com mais individuação na multiplicação dos números complexos.

Oração.

$$\begin{array}{r}
 5 \frac{2}{3}, \text{ e } 14 \frac{1}{3} \\
 \hline
 73 \\
 17 \\
 \hline
 511 \\
 73 \\
 \hline
 1241
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1241 \\
 15 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo } 1241 \quad | \quad 15 \text{ divisor} \\
 \hline
 41 \quad 82 \text{ quociente} \\
 11
 \end{array}$$

4800

4800

4800

dividendo 52800 | 15 divisor

3520 quociente

3000

00

Se cada vara de panno custa 5 moedas de ouro, e $\frac{2}{3}$, quatorze varas, e $\frac{1}{3}$ custarão 82 moedas, e 3520 reis.

Repartir, ou dividir quebrados.

Para se dividir hum quebrado por outro, a regra he a seguinte.

Mudem-se os termos do divisor, passando o numerador para denominador, e o denominador para numerador: multipliqu-se o dividendo pelo divisor assim preparado, e o producto será o quociente que se busca.

Exemplo I.

Querendo v. g. partir $\frac{4}{7}$ por $\frac{2}{7}$, primeiramente mudaremos os termos do divisor $\frac{2}{7}$, o qual ficará $\frac{7}{2}$: depois multiplicaremos $\frac{4}{7}$ por $\frac{7}{2}$, e o producto $\frac{14}{14}$, ou $1 \frac{1}{7}$ será o quociente que buscamos.

Para se entender a razão desta regra deve observar-se, que partir $\frac{4}{7}$ por $\frac{2}{7}$ he buscar quantas vezes se contém $\frac{2}{7}$ em $\frac{4}{7}$: isto supposto, he facil de ver que 2 terços se devem conter em $\frac{4}{7}$ tres vezes mais do que 2 unidades: he tambem evidente que $\frac{4}{7}$ contém a unidade $\frac{4}{7}$ de huma vez: logo deve o quebrado $\frac{4}{7}$ dividir se primeiro por 2, e depois multiplicar-se por 3, ou tomar se tres vezes a metade de $\frac{4}{7}$, que vem a ser o mesmo que multiplicar por $\frac{3}{2}$, quebrado inverso do divisor $\frac{2}{3}$.

Exemplo. II.

Temos v. g. para dividir os quebrados $\frac{6}{7}$ por $\frac{2}{8}$.

Explicação.

Multiplicar-se-há o numerador 5 do quebrado, que ha de ser o dividendo, pelo denominador 8 do quebrado que ha de ser o divisor; e o producto 40 ponha-se por numerador, e por seu denominador o numero 18, producto dos 6, denominador do dividendo, multiplicado pelos 3, numerador do divisor; e assim quem de $\frac{5}{2}$ tira $\frac{1}{3}$, ficão $\frac{40}{18}$, igual a 2, e $\frac{4}{9}$ igual a $\frac{2}{9}$.

Prova.

A prova desta conta consiste em se multiplicar o quoto 2, e $\frac{4}{9}$, ou sejam $\frac{22}{9}$ por $\frac{1}{3}$ divisor, ha de sahir o numero dividendo $\frac{5}{2}$, se estiver certa.

Operação.

2, e $\frac{4}{9}$ he igual a $\frac{22}{9}$: multiplicado por $\frac{1}{3}$ resulta $\frac{60}{72}$, que he igual a $\frac{5}{6}$; porque 12 em 60 entra 5 vezes; e em 72 entra 6 vezes, etc.

Exemplo III.

Se houver de partir-se quebrado por inteiro, ou inteiro por quebrado, o inteiro se reduzirá a quebrado, tomando a unidade por denominador, e a divisão se praticará conforme a mesma regra.

Temos v. g. de partir 12 por $\frac{7}{5}$; a operação se reduzirá a dividir $\frac{12}{7}$ por $\frac{1}{5}$, ou a multiplicar $\frac{12}{7}$ por $\frac{5}{1}$, e o quociente será $\frac{84}{7}$, ou $16\frac{4}{7}$.

Do mesmo modo se quizermos partir $\frac{1}{2}$ por 5, dividiremos o quebrado por $\frac{1}{5}$ ou multiplicaremos por $\frac{1}{5}$, e será o quociente $\frac{1}{25}$.

Donde se vê, que para dividir hum quebrado por hum inteiro, a operação se reduz simplesmente a multiplicar o inteiro pelo denominador de quebrado.

Exemplo IV.

Temos para dividir o numero inteiro 4 pelo quebrado $\frac{8}{9}$.

Explicação.

Deve-se multiplicar o dito numero inteiro 4 pelo denominador 9, e o producto 36 se deve pôr por numerador; e por denominador o numero 8, numerador do quebrado.

Quem dividir o numero inteiro 4 pelo quebrado $\frac{8}{9}$, vem a ficar $\frac{36}{8}$ que são iguaes a quatro inteiros, e $\frac{4}{8}$; por quanto os 8 em 36 entra 4 vezes, e sobejão 4, que são os $\frac{4}{8}$; e assim como os 4 entra huma vez em 4, e duas em 8, que vem a ser $\frac{4}{8}$ igual a $\frac{1}{2}$, assim os $\frac{36}{8}$ he igual a 4, e $\frac{1}{2}$.

A prova desta conta se faz, multiplicando o

quociente $4\frac{1}{2}$ pelo divisor $\frac{2}{9}$; e se estiver certa, ha de resultar o numero dividendo.

Exemplo V.

Temos para dividir o quebrado $\frac{1}{7}$ pelo inteiro 9.

Explicação.

Deve-se converter os 9 em quebrado $\frac{9}{1}$, e se obre como no exemplo sobredito da divisão de hum quebrado por outro quebrado, que vem a ser, multiplicar o denominador 1 pelo numerador 3, e ficão os 3, numerador de hum novo quebrado, que terá por seu denominador o producto dos 7, denominador dos 3, multiplicado pelo numerador 9, que faz 63, cujos $\frac{1}{63}$ he igual a $\frac{1}{21}$, porque os 3 entra hum vez em 3, e 21 vezes em 63.

Exemplo VI.

Dividir hum inteiro com hum quebrado por hum inteiro.

Seja para se dividir 12, e $\frac{2}{3}$ pelo inteiro 6.

Explicação.

Reduza-se o dividendo 12, e $\frac{2}{3}$ ao quebrado $\frac{14}{3}$: depois se obre como fica explicado no exemplo

acima referido 5° da divisão dos quebrados.

Exemplo VII.

Dividir hum inteiro por hum inteiro com quebrado.

Explicação.

Temos v. g. para dividir o numero 8 por $2\frac{1}{2}$.
 Converte-se os $2\frac{1}{2}$ no quebrado $\frac{5}{2}$, e depois se obre
 como fica explicado no exemplo 4° da divisão dos
 quebrados, e resulta $\frac{12}{5}$, que he igual a 3 e $\frac{3}{5}$.

Exemplo VIII.

Dividir hum inteiro com hum quebrado por
 hum inteiro com hum quebrado.

Explicação.

Quando os inteiros forem acompanhados de
 quebrados, cada hum se reduzirá á denominação
 do seu quebrado; e a operação se fará como nos
 exemplos antecedentes.

Havendo v. g. de partir 54, e $\frac{3}{4}$ por 12, e $\frac{2}{3}$ o di-
 videndo se reduzirá a $\frac{213}{4}$, e o divisor a $\frac{18}{4}$; depois
 partir-se-ha $\frac{213}{4}$ por $\frac{18}{4}$, ou multiplicar-se-ha por $\frac{1}{18}$; e
 será o quociente $\frac{819}{190}$, ou $4\frac{9}{190}$, etc.

Sejão, por exemplo, tambem os numeros 4, e $\frac{2}{3}$,
 que se devão dividir por 8, e $\frac{1}{4}$; e reduzidos estes
 dous numeros aos quebrados $\frac{22}{3}$, e $\frac{15}{4}$, se obre como no
 exemplo 2° da divisão de dous quebrados.

Exemplo IX.

Gastamos, por exemplo, 48 moedas, e 8 tostões em 4 varas de renda, quanto importa cada vara.

Exp. ção.

Deve-se logo ponderar, que 8 tostões he a sexta parte de huma moeda de ouro, pelo que deve-se descrever esta operação 48, e $\frac{8}{6}$, e $\frac{4}{1}$ vindo a ser $\frac{4}{1}$ divisor, e $\frac{296}{24}$ o dividendo, o que he igual a $\frac{296}{24}$, isto he, igual a 12 inteiros, e mais $\frac{8}{24}$, ou seja $\frac{1}{3}$.

Esta operação se faz pelo exemplo 6 acima referido da divisão dos quebrados.

Na divisão dos quebrados será tambem conveniente ter cuidado de achar logo o quociente, abreviado aos menores termos possiveis.

Isto se conseguirá primeiramente, reduzindo os mesmos quebrados propostos aos seus menores termos, se o não estiverem; e depois dividindo os termos homologos, isto he, ambos os numeradores, ou ambos os denominadores pelo seu maior divisor commum, quando o tiverem: deste modo resultarão outros dous quebrados, que darão o mesmo quociente dos primeiros, e já reduzidos aos termos mais simples.

Havendo v.g. de partir $\frac{2}{5}$ por $\frac{1}{5}$, advertiremos logo que ambos os numeradores são divisiveis por 5, e se reduzem a 1; e portanto veremos, sem fazer operação alguma, que o quociente he $\frac{6}{7}$.

Do mesmo modo se houvessemos de partir $\frac{1}{5}$ por $\frac{1}{4}$, como os denominadores se reduzem a 1, logo conheceríamos sem calculo algum, que o quociente he $\frac{4}{5}$.

Outro exemplo.

Se nos pedirem o quociente de $\frac{22}{13}$ ávos partidos por $\frac{11}{17}$, advertiremos que os numeradores se podem ambos dividir por 11, e se reduzem a 2, e 1, e que os denominadores partidos por 13 se reduzem tambem a 3, e 1: por conseguinte teremos para re-partir $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{1}$, e será o quociente pedido $\frac{2}{3}$, o qual pela regra ordinaria se acharia em termos muito compostos $\frac{236}{427}$, etc.

Uso dos quebrados.

Pelo que acima dissemos he fácil de ver, como se ha de mostrar o valor de huma fracção por meio das divisões estabelecidas da unidade da questão.

Pergunta-se v. g. quanto valem $\frac{1}{7}$ de huma libra, como $\frac{1}{7}$ de huma libra vale o mesmo que $\frac{1}{7}$ de 5 libras, reduziremos 5 libras a soldos, e teremos 100 soldos: dividindo estes por 7, sahirão no quociente 14^s, e sobrarão 2^s: reduzindo tambem estes a dinheiros, teremos 24^d, que partidos por 7, 3^d, e $\frac{1}{7}$, e deste modo diremos que $\frac{1}{7}$ de huma libra valem 14 soldos, 3 dinheiros, e $\frac{1}{7}$ de hum dinheiro.

Advertencia.

O dinheiro de França pela maior parte se con-

ta por libras: a libra consta de 20 soldos, e o soldo de 22 dinheiros: estas differentes especies se distinguem com as letras inicias dos seus nomes; assim 32^{lb}, 15^s, 7^d, quer dizer, 32 libras, 15 soldos, 7 dinheiros.

Se nos perguntassem quanto valem $\frac{5}{7}$ de 24 libras, he visivel que podiamos buscar primeiro o valor de $\frac{5}{7}$ de huma libra, como acabamos de mostrar, e multiplicallo depois por 24: porém he mais expedito o multiplicar logo as 24 libras por $\frac{5}{7}$, e sahirá o producto, $\frac{120}{7}$ de huma libra, ou 17 libras e $\frac{6}{7}$ de huma libra: este ultimo quebrado, reduzido a soldos, e dinheiros, dará 2^s 10^d, e $\frac{2}{7}$, e por consequente o valor total de $\frac{5}{7}$ de 24 libras será 17^{lb}, 2^s, 10^d, e $\frac{2}{7}$.

As fracções decimaes, como não tem denominador, ainda são mais faceis de reduzir ás partes da unidade estabelecidas pelo uso ordinario.

Querendo saber, por exemplo, quanto valem o, 532 de huma toesa, em partes da divisão vulgar da mesma toesa; como esta consta de 6 pés, multiplicaremos o, 532 por 6, e o producto 3, 192 mostrará 3 pés, e o, 192 de hum pé: depois como o pé contém 12 pollegadas, multiplicaremos o, 192 por 12, e o producto 2, 304 dará 2 pollegadas, e o, 304 de huma pollegada: finalmente, como a pollegada se compõem de 12 linhas, multiplicaremos o, 304 por 12, e o producto 3, 648 mostrará 3 linhas, e o, 642 de huma linha: pelo que diremos,

que o valor total de o, 532 de huma toesa he 3 pés, 2 pollegadas, 3 linhas, e o, 648 de huma linha, e assim se procederá em outros casos semelhantes.

A avaliação dos quebrados nos conduz naturalmente a fallar dos quebrados de quebrados.

Por este nome entendemos huma serie de fracções separadas humas das outras pela particula *de*, como v. g. $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, etc., porque qualquer quebrado não sómente póde reportar-se á unidade, ou a hum numero inteiro, como $\frac{1}{4}$ de huma libra, $\frac{1}{4}$ de vinte libras, mas tambem a qualquer outro quebrado, cujo valor se póde conceber como hum todo, e dividir em qualquer numero de partes, para significar algumas dellas: assim de $\frac{1}{4}$ podemos mostrar $\frac{2}{7}$, e depois concebendo dous terços de tres quartos, como hum todo, podemos dividillo em seis partes, e dellas tomar cinco, donde resultão $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{4}$, etc.

Estes quebrados successivamente relativos huns aos outros podem converter-se em hum só, que unicamente se reporte á unidade principal, multiplicando todos os numeradores, huns pelos outros, e da mesma sorte os denominadores: assim $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{4}$ vale o mesmo que $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$, e $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ o mesmo que $\frac{10}{72}$, ou $\frac{5}{36}$.

E com effeito he facil de ver, que tomar $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{4}$ nada mais he que multiplicar $\frac{1}{4}$ por $\frac{2}{7}$ ou tomar duas vezes a terça parte do quebrado $\frac{1}{4}$: do mesmo modo tomar $\frac{2}{7}$ de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ vem a ser o mesmo que to-

mar $\frac{6}{12}$ de $\frac{5}{8}$ que $\frac{2}{7}$; por de $\frac{1}{3}$ fazem 6 duodecimos $\frac{6}{12}$, e pelo que temos dito, $\frac{6}{12}$ de $\frac{5}{8}$ se reduzem $\frac{40}{72}$ ou $\frac{5}{12}$.

Se nos pedirem o valor $\frac{1}{4}$ de $5\frac{1}{3}$, reduziremos o inteiro 5 á denominação do seu quebrado, e teremos $\frac{1}{4}$ de $4\frac{1}{3}$, que se reduzem a $1\frac{20}{12}$, ou $4\frac{7}{12}$.

Quando huma fracção envolve termos algum tanto consideraveis, e não abreviar-se pelo methodo acima dado, se a natureza da questão permittir que nos contentemos com hum valor approximado, mas reduzidos a termos mais simples, poderemos usar do methodo seguinte, pelo qual acharemos alternadamente valores, ora maiores, ora menores, mas cada vez mais convergentes para o verdadeiro, até cahirmos finalmente, na mesma fracção proposta.

Tomemos, por exemplo, a fracção $\frac{100000000}{114159265}$, a qual, como se conhecerá pela geometria, representa proximamente a razão entre o diametro, e a circumferencia do circulo; e supponhamos que a queremos transformar em outras fracções menos exactas na verdade, mas reduzidas a termos mais simples.

Primeiramente dividiremos ambos os termos da dita fracção pelo numerador; e a reduziremos a esta fórma: $\frac{1}{100000000}$, a qual desprezando a fracção que acompanha o denominador inteiro 3, se reduzirá a $\frac{1}{3}$, que he o primeiro valor approximado da fracção dada, o mais exacto que he possivel em termos tão simples, mas maior do que o verdadeiro.

Para acharmos outro valor mais chegado ao verdadeiro na fracção junta ao denominador inteiro

3., partirmos ambos os termos pelo numerador, e a reduziremos a esta fôrma: $\frac{1}{7}$, a qual

$$\frac{1}{7} = \frac{885145}{14159265}$$

desprezando a fracção junta ao denominador inteiro 7, se reduz a $\frac{1}{7}$ ou a $\frac{1}{22}$ ou a $\frac{7}{22}$ que he outro valor mais exacto que o precedente, mas $\frac{1}{7}$ algum tanto menor que o verdadeiro.

Se quizermos maior exactidão, dividiremos pelo numerador ambos os termos da fracção junto ao denominador 7; e a fracção primitiva ficará reduzida a esta fôrma: $\frac{1}{15}$, a qual, desprezando a frac-

$$\frac{1}{15} = \frac{885145}{13277175}$$

ção que acompanha o denominador 15, se reduz a $\frac{106}{1171}$, valor mais exacto que os precedentes, mas algum tanto maior que o verdadeiro: porém se aqui houvermos de suspender a operação, não desprezaremos a fracção junta ao denominador 15; mas advertindo que ella vale quasi huma unidade, ajuntaremos 1 ao dito denominador, e teremos $\frac{1}{13}$

expressão que reduz a $\frac{117}{135}$: este he hum valor da fracção proposta muito mais exacto que os precedentes, mas ainda alguma cousa menor que o verdadeiro, pois para igualar a fracção proposta lhe falta $\frac{617}{22105107315}$ ou proxivamente $\frac{1}{36506212}$.

Os quebrados reduzidos á fôrma que se tem dado á fracção proposta pela divisão successiva das fracções juntas aos denominadores inteiros, chamão-se quebrados continuos.

E deve notar-se que a divisão que fazemos nesta operação he a mesma que praticamos quando buscamos o maior divisor commum dos termos de hum quebrado para o abbreviarmos exactamente, sendo possível: por isso, achando finalmente que elles não tem divisor commum senão a unidade, podemos servir-nos logo dos quocientes achados, dispondo-os em fracção continua com a unidade por numerador, e nella desprezaremos os termos que permittir a exactidão que buscamos.

Por exemplo:

Querendo reduzir o quebrado $\frac{964}{5141}$, e buscando o divisor maior commum dos seus termos, achamos que não tem outro que não seja a unidade; porém como pela operação achamos os quocientes 5, 3, e 321, delles formaremos a expressão $\frac{1}{\frac{1}{121}}$ que he exactamente igual ao quebrado proposto; desprezando a fracção junta ao denominador 3, que com tanta mais razão se despreza quanto he mais pequena, ficará $\frac{1}{2}$ que se reduz á $\frac{3}{12}$ quebrado muito abbreviado, ao qual não falta mais do que $\frac{1}{82216}$ para igualar o quebrado proposto.